

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107539

# 磨齿机在机检测机构几何误差链建模与补偿\*

杨勇明<sup>1</sup>,汪中厚<sup>1</sup>,刘欣荣<sup>2</sup>,陈 敢<sup>3</sup>,久保爱三<sup>4</sup>

(1. 上海理工大学机械工程学院 上海 200093; 2. 上海工程技术大学 上海 201620;  
3. 湖南金能达机电科技有限公司 益阳 413000; 4. 京都大学工学部 京都 606-8501 日本)

**摘要:**由于几何误差的影响,现有研究主要考虑末端机构或关键运动轴几何误差补偿,尚缺逐次补偿运动轴几何误差。为了避免形成在机检测机构几何误差链而产生误差累积效应,有效提升在机检测精度。根据自主研发卧式磨齿机在机检测原理,基于多刚体系统运动学和齐次坐标变换理论,建立在机检测机构几何误差链模型。逐次识别并补偿几何误差链中运动轴几何误差后,进行了磨齿机标准样板齿轮检测实验。结果表明:误差补偿前后,齿向精度均为4级;误差补偿后,齿形精度提高4个等级,为4级精度,与格里森检测实验结果相吻合。结果验证了模型的正确性,有望在磨齿机高精度在机检测系统中推广使用。

**关键词:**几何误差链;误差累积效应;误差补偿;在机检测;磨齿机

**中图分类号:** TH161+.21 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.35

## Modeling and compensation of geometric error chain of on-machine inspection mechanism for gear grinder

Yang Yongming<sup>1</sup>, Wang Zhonghou<sup>1</sup>, Liu Xinrong<sup>2</sup>, Chen Gan<sup>3</sup>, Aizoh Kubo<sup>4</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;  
2. Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China; 3. Hunan Jinnengda Electromechanical Technology Co., Ltd., Yiyang 413000, China; 4. School of Engineering, Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan)

**Abstract:** Due to the geometric error influence, the existing research mainly considers the geometric error compensation of end-mechanism or key moving-axis, lacks successive compensation of moving-axis-geometric-error. In order to avoid error accumulation effect caused by geometric error chain of on-machine inspection mechanism and effectively improve on-machine inspection accuracy, according to the on-machine inspection principle of the independently developed horizontal gear grinder, based on the multi-rigid body system kinematics and homogeneous coordinate transformation theory, the geometric error chain model of on-machine inspection mechanism is established. After the moving-axis-geometric-errors of geometric error chain are identified and compensated step by step, the standard sample gear inspections of the gear grinder were carried out. Results show that before and after error compensation, the tooth lead accuracies are both at level 4; after error compensation, the tooth profile accuracy is improved by 4 grades and is at level 4, which is consistent with the result of Gleason inspections. The results verify the correctness of the model, which is expected to be used in high-precision on-machine inspection system of gear grinder.

**Keywords:** geometric error chain; error accumulation effect; error compensation; on-machine inspection; gear grinder

## 0 引 言

由于无需将工件从加工中心搬运至检测中心,可以有效避免二次安装误差,因此开展磨齿机在机检测

研究,是机械精密检测学科的重要发展方向之一<sup>[1-3]</sup>。然而,由于机床几何误差的客观存在,严重影响在机检测精度<sup>[4-8]</sup>。杨清艳等<sup>[9]</sup>基于多体系统理论和齐次坐标变换理论,建立几何误差模型,运用函数法进行末端机构几何误差补偿;陈剑雄等<sup>[10]</sup>基于微分变换理论,建

收稿日期:2021-02-26 Received Date: 2021-02-26

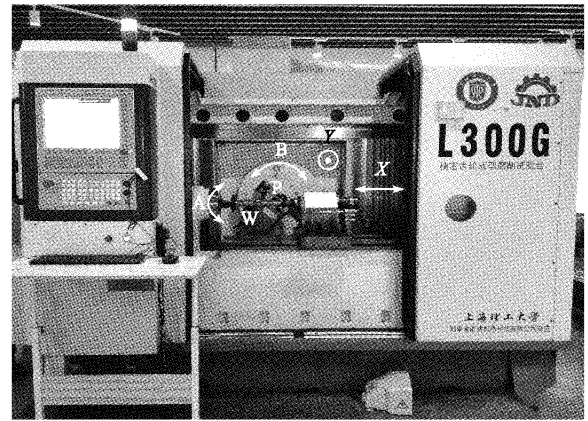
\* 基金项目:国家自然科学基金(51875360)、上海市科学技术委员会(19060502300)项目资助

立几何误差模型,运用雅可比矩阵进行末端机构几何误差补偿;付国强等<sup>[11]</sup>结合指数积理论和坐标系微分运动理论,建立基于误差敏感矩阵的运动轴几何误差贡献值模型,运用权重分析法进行关键运动轴几何误差补偿;Xiang等<sup>[12]</sup>基于螺旋理论,建立几何误差模型,运用运动学正逆解法,实现关键运动轴几何误差补偿;Zhou等<sup>[13]</sup>基于轴间拓扑关系,建立几何误差模型,进行末端机构几何误差补偿;Huang等<sup>[14]</sup>基于运动学变换理论,建立几何误差模型,运用雅可比矩阵和牛顿迭代法计算误差值,通过修正刀具运行轨迹,实现末端机构几何误差补偿;杨赫然等<sup>[15]</sup>基于四点法圆度误差分离原理,建立几何误差模型,运用改进的遗传算法,实现关键运动轴几何误差补偿;夏长久等<sup>[16]</sup>基于齐次坐标变换理论,建立几何误差模型,通过分析球杆仪安装参数,运用列满秩辨识矩阵,实现关键运动轴几何误差补偿。上述研究主要考虑末端机构或关键运动轴几何误差补偿,尚缺逐次识别并补偿机床运动轴几何误差,避免形成在机检测机构几何误差链而产生误差累积效应,有效提升在机检测精度。本文以自主研发卧式磨齿机 L300G 为研究对象,开展在机检测机构几何误差链建模与补偿研究:首先根据磨齿机在机检测运动原理,运用多刚体系统运动学,基于齐次坐标变换理论,建立在机检测机构几何误差链模型;然后逐次识别并补偿几何误差链中各运动轴几何误差参数及其误差平均值;最后生成几何误差链补偿后在机检测 G 代码,即可有效避免磨齿机在机检测机构各运动轴几何误差跟随在机检测运动传播形成几何误差链而产生误差累积效应,从根本上优化在机检测精度。

## 1 在机检测机构几何误差链建模与补偿

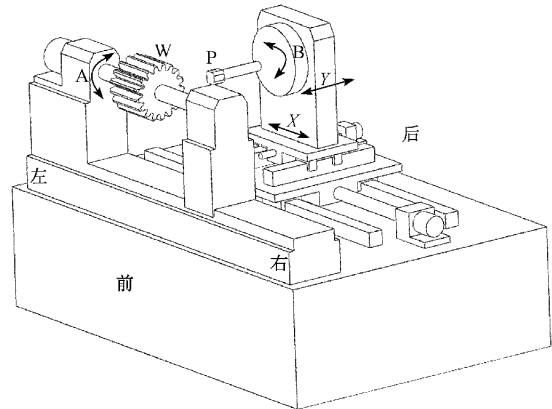
### 1.1 运动功能建模

根据卧式磨齿机 L300G 在机检测运动情况,建立图 1 所示在机检测运动功能模型。相对于上述文献中机床几何误差补偿对象而言,L300G 集成了往复旋转触压式测头,以便开展在机检测机构几何误差链建模与补偿研究。图 1 中,L300G 是高精度数控成形卧式磨齿机,由于不考虑磨齿运动,仅需测头左右移动轴 X、测头前后移动轴 Y、测头旋转轴 B(用于实现测头在竖直方向(Z轴方向)的升降功能)、工件旋转轴 A,即可实现在机检测运动。由于 L300G 具有隔振基础,工作环境为恒温室,往复旋转触压式测头选用高精度测头 Renishaw LP2H,故本文不考虑机床振动、机床热误差以及测头误差对在机检测精度的影响。



W:工件  
X:测头左右移动轴  
B:测头旋转轴  
P:测头  
Y:测头前后移动轴  
A:工件旋转轴

(a) 磨齿机L300G  
(a) The gear grinder L300G



(b) L300G三维模型  
(b) Three-dimensional model of L300G

图 1 在机检测运动功能模型

Fig. 1 Moving function model of on-machine inspection

### 1.2 几何误差参数

众所周知,三维空间中任何运动物体均具有 6 个自由度,所以其位置坐标具有 6 项几何误差参数。图 2 中,当运动部件沿 X 轴移动  $x$  时,会产生 6 项几何误差参数,即沿 X 轴的移动定位误差  $\delta_x(x,t)$ 、沿 Y 轴的直线度误差  $\delta_y(x,t)$ 、沿 Z 轴的直线度误差  $\delta_z(x,t)$ 、绕 X 轴的横滚角误差  $\varepsilon_y(x,t)$ 、绕 Y 轴的俯仰角误差  $\varepsilon_z(x,t)$ 、绕 Z 轴的航向角误差  $\varepsilon_x(x,t)$ ;同理,当运动部件绕 X 轴转动  $\alpha$  时,会产生 6 项几何误差参数,即沿 X 轴的直线度误差  $\delta_x(\alpha,t)$ 、沿 Y 轴的直线度误差  $\delta_y(\alpha,t)$ 、沿 Z 轴的直线度误差  $\delta_z(\alpha,t)$ 、绕 X 轴的横滚角误差  $\varepsilon_x(\alpha,t)$ 、绕 Y 轴的俯仰角误差  $\varepsilon_y(\alpha,t)$ 、绕 Z 轴的航向角误差  $\varepsilon_z(\alpha,t)$ 。

### 1.3 齐次坐标变换

如图 3 所示,空间点  $P_R$  位于坐标系  $O_R X_R Y_R Z_R$  中,当坐标系  $O_R X_R Y_R Z_R$  分别沿  $X_R$ 、 $Y_R$ 、 $Z_R$  轴平移  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ,然后分别绕  $X_R$ 、 $Y_R$ 、 $Z_R$  轴旋转  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ ,得到坐标系  $O_S X_S Y_S Z_S$  和空

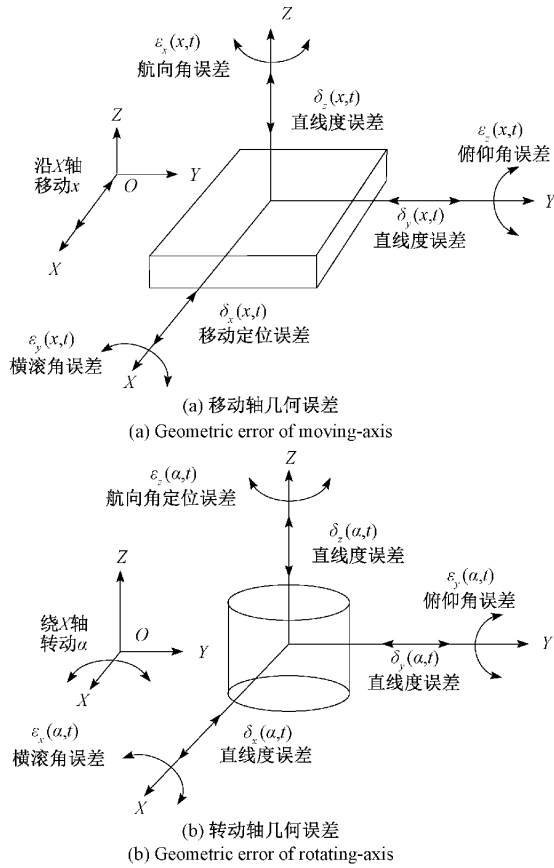


图 2 几何误差参数

Fig. 2 Geometric error parameters

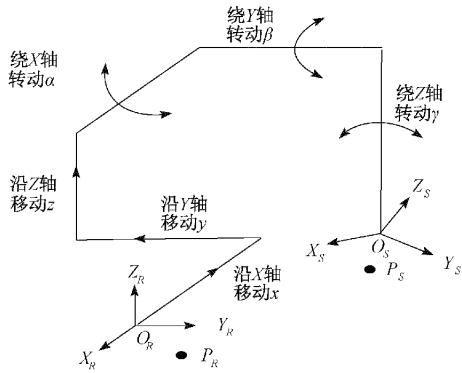


图 3 齐次坐标变换

Fig. 3 Homogeneous coordinate transformation

间点  $P_S$ , 则点  $P_R(x_R, y_R, z_R)$  与  $P_S(x_S, y_S, z_S)$  间的齐次坐

$${}^R_S T = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\gamma & -\cos\beta \sin\gamma & \sin\beta & x \\ \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma + \cos\alpha \sin\gamma & \cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma & -\sin\alpha \cos\beta & y \\ \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma - \cos\alpha \cos\gamma & \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma + \sin\alpha \cos\gamma & \cos\alpha \cos\beta & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: 当  $\alpha, \beta, \gamma$  非常小时, 令  $\sin\alpha \approx \alpha, \sin\beta \approx \beta, \sin\gamma \approx \gamma, \cos\alpha \approx 1, \cos\beta \approx 1, \cos\gamma \approx 1$ , 忽略 2 阶以上高阶无穷小

标变换为:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Trans}(x) \times \mathbf{Trans}(y) \times \mathbf{Trans}(z) \times \mathbf{Rot}(\alpha)$$

$$\times \mathbf{Rot}(\beta) \times \mathbf{Rot}(\gamma) \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{Trans}(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  表示沿  $X_R$  轴移动  $x$  的齐

次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Trans}(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 表示沿  $Y_R$  轴移动  $y$  的齐次坐

标变换矩阵;

$$\mathbf{Trans}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 表示沿  $Z_R$  轴移动  $z$  的齐次坐

标变换矩阵;

$$\mathbf{Rot}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 表示绕  $X_R$  轴旋转  $\alpha$  的

齐次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Rot}(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 表示绕  $Y_R$  轴旋转  $\beta$  的

齐次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Rot}(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 表示绕  $Z_R$  轴旋转  $\gamma$  的

齐次坐标变换矩阵。设  ${}^R_S T = \mathbf{Trans}(x) \times \mathbf{Trans}(y) \times \mathbf{Trans}(z) \times \mathbf{Rot}(\alpha) \times \mathbf{Rot}(\beta) \times \mathbf{Rot}(\gamma)$ , 则有:

量,则有:

$${}^R_S T = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta & x \\ \gamma & 1 & -\alpha & y \\ -\beta & \alpha & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

#### 1.4 几何误差链建模与补偿

##### 1) 测头校准

为了确保几何误差链模型的准确性,必须预先进行测头半径补偿。由于测头预行程误差、机床热误差的影响(尽管本文不考虑这两项误差的影响),故不能直接使用测头标称半径进行测头半径补偿。因此本文建立图4所示测头校准原理,以便获取测头校准半径。图4中, $r_b$ 表示测头标称半径, $R$ 表示量棒标称半径, $R_c$ 表示量棒校准半径, $\Delta$ 表示校准点间隔, $L_R$ 表示测头绕B轴轴芯旋转标称半径, $B_c$ 表示量棒轴芯位置处B轴坐标, $B_i$ 表示任意校准点位置处B轴坐标。校准步骤:(1)安装圆柱形标准量棒,使得A轴不转动;(2)使得测头沿Y轴负方向匀速运动,移至量棒旋转轴芯正上或正下(Z轴方向)方,不接触量棒;(3)匀速转动B轴,使得测头沿Z轴方向靠近并挤压量棒,测取第一个校准点( $Y_1, B_1$ );(4)使得测头沿Y轴正方向匀速运动 $\Delta$ ,重复步骤(3),测取第二个校准点( $Y_2, B_2$ );重复步骤(4),测取校准点( $Y_3, B_3$ ), $\dots$ ,( $Y_n, B_n$ )。获得所有校准点坐标后,首先利用式(4)进行坐标转换,然后基于最小二乘法,利用MATLAB完成校准点圆曲线拟合,即可求得量棒轴芯校准坐标( $Y_0, Z_0$ )、量棒校准半径 $R_c$ :

$$Z_i = L_R \times \sin(\theta_i) = L_R \times \sin(B_i - B_c) \quad (4)$$

单个校准点圆方程可以用式(5)表示:

$$R_c^2 = Y^2 - 2YY_0 + Y_0^2 + Z^2 - 2ZZ_0 + Z_0^2 \quad (5)$$

令  $a = 2Y_0, b = 2Z_0, c = Y_0^2 + Z_0^2 - R_c^2$ , 则有:

$$\begin{cases} Y_0 = a/2 \\ Z_0 = b/2 \\ R_c = \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}/2 \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)中,则有:

$$Y^2 + Z^2 - aY - bZ + c = 0 \quad (7)$$

则  $n$  个校准点圆方程可以用式(8)表示:

$$\begin{bmatrix} \sum Y_i^2 & \sum Y_i Z_i & -\sum Y_i \\ \sum Y_i Z_i & \sum Z_i^2 & -\sum Z_i \\ -\sum Y_i & -\sum Z_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i(Y_i^2 + Z_i^2) \\ \sum Z_i(Y_i^2 + Z_i^2) \\ -\sum (Y_i^2 + Z_i^2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

求解式(8),将  $a, b, c$  代入式(6)中,即可计算

( $Y_0, Z_0$ ) 和  $R_c$ 。在假设标准量棒精度比测头检测精度高很多的前提下,可以用式(9)计算测头校准半径  $r_c$ 。

$$r_c = R_c - r_b \quad (9)$$

测头校准完毕后,将  $r_c$  输入在机检测 G 代码,即可提升测头半径补偿精度。

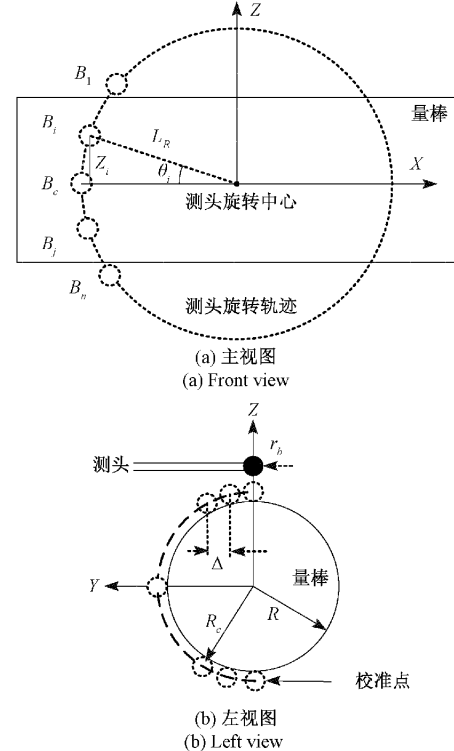


图4 测头校准原理

Fig. 4 Probe calibration principle

##### 2) 几何误差链建模

根据多刚体系统运动学,结合 L300G 在机检测运动特征,建立图5所示在机检测原理,主要包括工件传动系统和测头传动系统。图5中,工件旋转轴A的轴芯线平行于移动轴X,测头旋转轴B的轴芯线平行于移动轴Y。

理想情况下,工件传动系统中在机检测触碰点与测头传动系统中在机检测触碰点完全重合,然而由于运动轴几何误差的客观存在,特别地运动轴几何误差会跟随在机检测运动传播形成误差链而产生误差累积效应,使得测头传动系统中实际在机检测触碰点与理论在机检测触碰点间存在位置偏差,使得工件传动系统中实际在机检测触碰点与理论在机检测触碰点间存在位置偏差,最终使得工件传动系统中实际在机检测触碰点与测头传动系统中实际在机检测触碰点间存在位置偏差,严重影响在机检测精度,如图6所示为运动轴几何误差链及其误差累积效应。

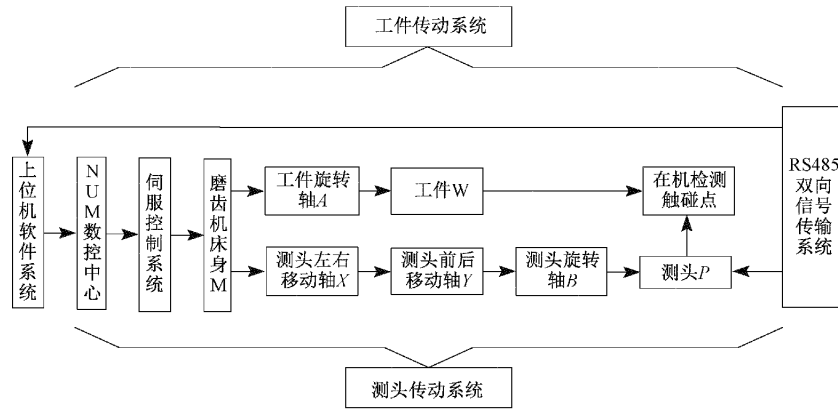


图 5 在机检测原理

Fig. 5 On-machine inspection principle

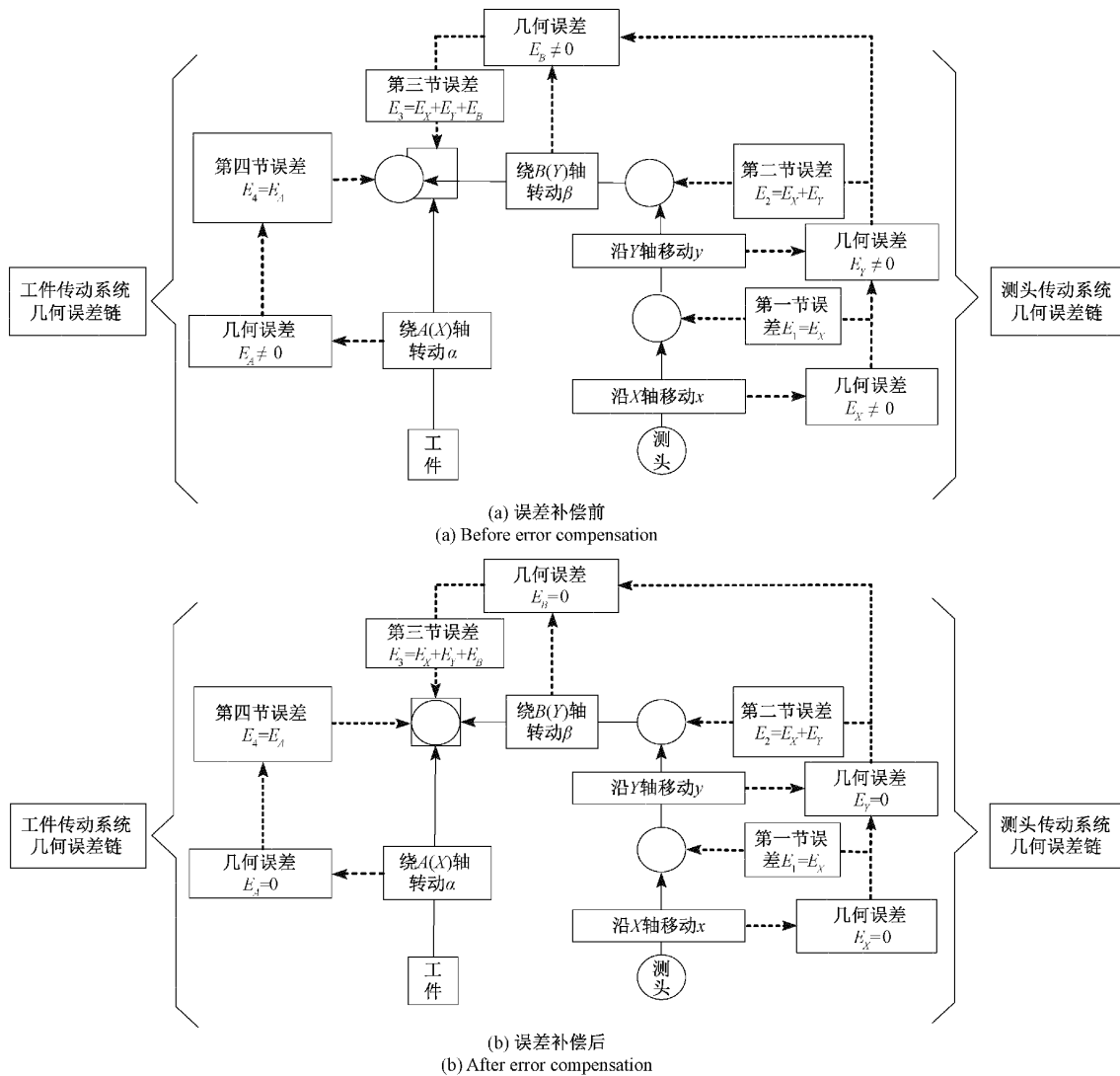


图 6 运动轴几何误差链及其误差累积效应

Fig. 6 Geometric error chain of moving-axis and its error accumulation effect

图6中,必须逐次识别并补偿误差链中各运动轴几何误差参数及其误差平均值,例如,需要识别并补偿误差链中当前运动轴几何误差参数及其误差平均值,必须以识别并补偿误差链中上一根运动轴几何误差参数及其误差平均值为前提。

根据齐次坐标变换理论,可以用式(10)表示测头传动系统中运动轴理论齐次坐标变换,可以用式(11)表示工件传动系统中运动轴理论齐次坐标变换。

$$\begin{bmatrix} x_{Pd-ideal} \\ y_{Pd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Trans}(x) \times \mathbf{Trans}(y) \times \mathbf{Rot}(\beta) \begin{bmatrix} x_{Ps-ideal} \\ y_{Ps-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} x_{Wd-ideal} \\ y_{Wd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Rot}(\alpha) \begin{bmatrix} x_{Ws-ideal} \\ y_{Ws-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} x_{Pd-ideal} \\ y_{Pd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Wd-ideal} \\ y_{Wd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中:  $x_{Pd-ideal}, y_{Pd-ideal}$  表示测头传动系统的终点理论坐标;  $x_{Ps-ideal}, y_{Ps-ideal}$  表示测头传动系统的起点理论坐标;  $x_{Wd-ideal}, y_{Wd-ideal}$  表示工件传动系统的终点理论坐标;  $x_{Ws-ideal}, y_{Ws-ideal}$  表示工件传动系统的起点理论坐标。

根据齐次坐标变换理论,可以用式(13)表示测头传动系统中运动轴实际齐次坐标变换,可以用式(14)表示工件传动系统中运动轴实际齐次坐标变换。

$$\begin{bmatrix} x_{Pd-actual} \\ y_{Pd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Trans}(x)' \times \mathbf{Trans}(y)' \times \mathbf{Rot}(\beta)' \begin{bmatrix} x_{Ps-ideal} \\ y_{Ps-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} x_{Wd-actual} \\ y_{Wd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Rot}(\alpha)' \begin{bmatrix} x_{Ws-ideal} \\ y_{Ws-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} x_{Pd-actual} \\ y_{Pd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x_{Wd-actual} \\ y_{Wd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中:  $x_{Pd-actual}, y_{Pd-actual}$  表示测头传动系统的终点实际坐标;  $x_{Wd-actual}, y_{Wd-actual}$  表示工件传动系统的终点实际坐标;

$$\mathbf{Trans}(x)' = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma_x & \Delta\beta_x & (x + \Delta x)_x \\ \Delta\gamma_x & 1 & -\Delta\alpha_x & \Delta y_x \\ -\Delta\beta_x & \Delta\alpha_x & 1 & \Delta z_x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{表}$$

示考虑几何误差链时,沿 X 轴移动  $x$  的齐次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Trans}(y)' = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma_y & \Delta\beta_y & \Delta x_y \\ \Delta\gamma_y & 1 & -\Delta\alpha_y & (y + \Delta y)_y \\ -\Delta\beta_y & \Delta\alpha_y & 1 & \Delta z_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{表}$$

示考虑几何误差链时,沿 Y 轴平动  $y$  的齐次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Rot}(\alpha)' = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma_\alpha & \Delta\beta_\alpha & \Delta x_\alpha \\ \Delta\gamma_\alpha & \cos(\alpha + \Delta\alpha)_\alpha & -\sin(\alpha + \Delta\alpha)_\alpha & \Delta y_\alpha \\ -\Delta\beta_\alpha & \sin(\alpha + \Delta\alpha)_\alpha & \cos(\alpha + \Delta\alpha)_\alpha & \Delta z_\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{表}$$

示考虑几何误差链时,绕 A 轴旋转  $\alpha$  的齐次坐标变换矩阵;

$$\mathbf{Rot}(\beta)' = \begin{bmatrix} \cos(\beta + \Delta\beta)_\beta & -\Delta\gamma_\beta & \sin(\beta + \Delta\beta)_\beta & \Delta x_\beta \\ \Delta\gamma_\beta & 1 & -\Delta\alpha_\beta & \Delta y_\beta \\ -\sin(\beta + \Delta\beta)_\beta & \Delta\alpha_\beta & \cos(\beta + \Delta\beta)_\beta & \Delta z_\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{表}$$

考虑几何误差链时,绕 B 轴旋转  $\beta$  的齐次坐标变换矩阵。

最后,可以用式(16)计算测头传动系统中各运动轴几何误差补偿值,根据式(17)计算工件传动系统中各运动轴几何误差补偿值。

$$\Delta P = \begin{bmatrix} x_{Pd-actual} \\ y_{Pd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{Pd-ideal} \\ y_{Pd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Delta W = \begin{bmatrix} x_{Wd-actual} \\ y_{Wd-actual} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{Wd-ideal} \\ y_{Wd-ideal} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

### 3) 运动轴几何误差参数识别

为了识别 L300G 在机检测机构几何误差链中各运动轴几何误差参数,设定各运动轴运动参数,如表 1 所示。

根据磨齿机在机检测原理,分别利用式(18)~(21),逐次识别误差链中移动轴 X、移动轴 Y、旋转轴 B、旋转轴 A 的几何误差参数,合计 24 项。以移动轴 X 为例,根据表 1 所示在机检测机构运动轴运动参数,将对

表 1 运动轴运动参数

Table 1 Motion parameters of moving-axis

坐标点	坐标值
$P_{0s-ideal}$	$(x_{0s-ideal}, y_{0s-ideal}, \beta_{0s-ideal}, \alpha_{0s-ideal})$
$P_{1d-ideal}$	$(x_{1d-ideal}, y_{1d-ideal}, \beta_{1d-ideal}, \alpha_{1d-ideal})$
$P_{1d-actual}$	$(x_{1d-actual}, y_{1d-actual}, \beta_{1d-actual}, \alpha_{1d-actual})$
$P_{2d-ideal}$	$(x_{2d-ideal}, y_{2d-ideal}, \beta_{2d-ideal}, \alpha_{2d-ideal})$
$P_{2d-actual}$	$(x_{2d-actual}, y_{2d-actual}, \beta_{2d-actual}, \alpha_{2d-actual})$
$P_{3d-ideal}$	$(x_{3d-ideal}, y_{3d-ideal}, \beta_{3d-ideal}, \alpha_{3d-ideal})$
$P_{3d-actual}$	$(x_{3d-actual}, y_{3d-actual}, \beta_{3d-actual}, \alpha_{3d-actual})$
$P_{4d-ideal}$	$(x_{4d-ideal}, y_{4d-ideal}, \beta_{4d-ideal}, \alpha_{4d-ideal})$
$P_{4d-actual}$	$(x_{4d-actual}, y_{4d-actual}, \beta_{4d-actual}, \alpha_{4d-actual})$
$P_{5d-ideal}$	$(x_{5d-ideal}, y_{5d-ideal}, \beta_{5d-ideal}, \alpha_{5d-ideal})$
$P_{5d-actual}$	$(x_{5d-actual}, y_{5d-actual}, \beta_{5d-actual}, \alpha_{5d-actual})$
$P_{6d-ideal}$	$(x_{6d-ideal}, y_{6d-ideal}, \beta_{6d-ideal}, \alpha_{6d-ideal})$
$P_{6d-actual}$	$(x_{6d-actual}, y_{6d-actual}, \beta_{6d-actual}, \alpha_{6d-actual})$

注:下标  $s-ideal$  表示起点理论坐标、 $d-ideal$  表示终点理论坐标、 $d-actual$  表示终点实际坐标。

应参数分别代入式(18)中,列出六元一次方程组,多次计算求取平均值,即可识别沿  $X$  轴移动  $x$  的 6 项几何误差参数,同理可以逐次识别沿  $Y$  轴移动  $y$  的 6 项几何误差参数、识别绕  $B$  轴转动  $\beta$  的 6 项几何误差参数、识别绕  $A$  轴转动  $\alpha$  的 6 项几何误差参数。

$$\begin{bmatrix} x_{id-actual} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Trans}(x) \begin{bmatrix} x_{0s-ideal} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} y_{id-actual} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Trans}(y) \begin{bmatrix} y_{0s-ideal} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{id-actual} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Rot}(\beta) \begin{bmatrix} \beta_{0s-ideal} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_{id-actual} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{Rot}(\alpha) \begin{bmatrix} \alpha_{0s-ideal} \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (21)$$

#### 4) 几何误差链补偿

根据图 5 所示在机检测原理、图 6 所示运动轴几何误差链及其误差累积效应,进行几何误差链补偿。基本步骤:(1)设定测头传动系统中各运动轴起点理论坐标和终点理论坐标,设定工件传动系统中各运动轴起点理论坐标和终点理论坐标;(2)测头校准,测头半径补偿;(3)利用上位机软件生成几何误差链补偿前在机检测 G 代码;(4)采用高精度往复旋转触压式测头获取各检测点实际坐标;(5)根据 1.4 节中 2) 内几何误差链模型和 1.4 节中 3) 内运动轴几何误差参数识别方法,逐次识别并补偿几何误差链中移动轴  $X$ 、移动轴  $Y$ 、旋转轴  $B$ 、旋转轴  $A$  的几何误差参数及其误差平均值;(6)利用上位机软件生成几何误差链补偿后在机检测 G 代码;(7)采用高精度往复旋转触压式测头获取几何误差链补偿后各检测点实际坐标。

## 2 实 例

为了验证几何误差链模型的正确性,以高精度数控成形卧式磨齿机 L300G 和格里森 Gleason350GMS 为实验载体,如表 3 所示以渐开线标准样板齿轮和圆柱形标准量棒( $R = 15 \text{ mm}$ 、长度  $600 \text{ mm}$ 、表面粗糙度  $R_a = 0.04$ 、直线度  $\leq 1 \mu$ 、 $B_c = -39.025^\circ$ )为待检测工件,利用高精度测头 Renishaw LP2H( $r_b = 1.5 \text{ mm}$ 、 $L_R = 173.7135 \text{ mm}$ 、 $\Delta = 0.2 \text{ mm}$ )开展在机检测实验。

### 2.1 测头校准

根据图 4 所示测头校准原理,利用高精度测头 Renishaw LP2H 开展测头校准实验,合计 162 个校准点,图 4(b)中第 2 象限内设置 81 个校准点,第 3 象限内设置 81 个校准点,特别地为了提高测头校准精度,已避开  $B_c = -39.025^\circ$  及其附近 5 个校准点。得到图 7 所示实验数据,结果表明:  $(Y_0, Z_0) = (168.8053, 0.0024)$ 、

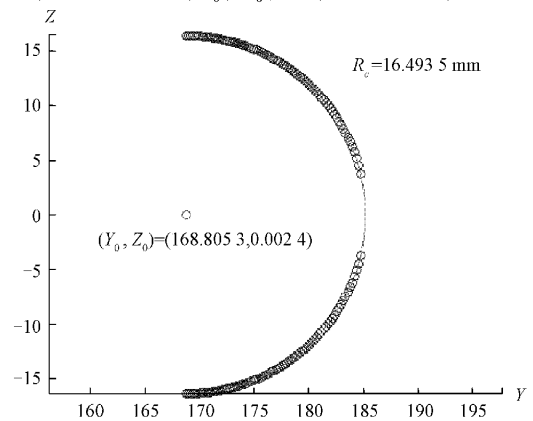


图 7 测头校准数据

Fig. 7 Probe calibration data

$R_c = 16.4935 \text{ mm}$ , 则  $r_c = 1.4935 \text{ mm}$ , 由于  $r_c \neq r_b$ , 故不能直接使用  $r_b$  作为测头半径补偿值, 应该将  $r_c$  作为测头半径补偿值, 因此开展在机检测实验时, 必须预先进行测头校准和测头半径补偿。

### 2.2 L300G 在机检测机构运动轴几何误差识别

设定在机检测机构各运动轴起点理论坐标和终点理论坐标如表 2 所示, 利用高精度测头 Renishaw LP2H 开展 L300G 在机检测机构运动轴几何误差识别实验, 获得测头校准和测头半径补偿后各运动轴终点实际坐标。根据 1.4 节中 2) 内几何误差链模型、1.4 节中 3) 内运动轴几何误差链参数识别方法、1.4 节中 4) 内几何误差链补偿流程, 逐次识别并补偿几何误差链中移动轴 X、移动轴 Y、旋转轴 B、旋转轴 A 的几何误差参数及其误差平均值, 得到图 8 所示 L300G 在机检测机构几何误差链中各运动轴几何误差补偿值实验数据。

表 2 运动轴运动坐标

Table 2 Motion coordinates of moving-axis

坐标点	坐标值
$P_{0s-ideal}$	(100 mm, 200 mm, 30°, 120°)
$P_{1d-ideal}$	(105 mm, 205 mm, 35°, 125°)
$P_{1d-actual}$	(105.0035 mm, 205.0045 mm, 35.0038°, 125.0047°)
$P_{2d-ideal}$	(110 mm, 210 mm, 40°, 130°)
$P_{2d-actual}$	(110.0033 mm, 210.0042 mm, 40.0037°, 130.0049°)
$P_{3d-ideal}$	(115 mm, 215 mm, 45°, 135°)
$P_{3d-actual}$	(115.0041 mm, 215.0044 mm, 45.0039°, 135.0034°)
$P_{4d-ideal}$	(120 mm, 220 mm, 50°, 140°)
$P_{4d-actual}$	(120.0039 mm, 220.0049 mm, 50.0029°, 140.0043°)
$P_{5d-ideal}$	(125 mm, 225 mm, 55°, 145°)
$P_{5d-actual}$	(125.0037 mm, 225.0048 mm, 55.0040°, 145.0045°)
$P_{6d-ideal}$	(130 mm, 230 mm, 60°, 150°)
$P_{6d-actual}$	(130.0043 mm, 230.0042 mm, 60.0036°, 150.0031°)

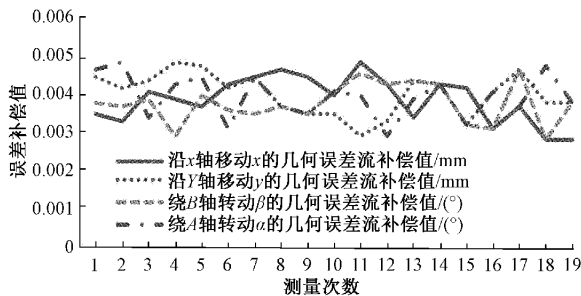


图 8 几何误差链中各运动轴几何误差补偿值

Fig. 8 Geometric error compensation values of various moving-axes in geometric error chain

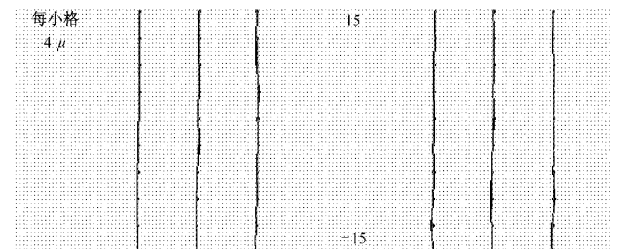
### 2.3 L300G 齿轮检测

根据表 3 所示渐开线标准样板齿轮基本参数, 利用上位机软件生成几何误差链补偿前、补偿后在机检测 G 代码, 使用高精度测头 Renishaw LP2H 开展 L300G 齿轮检测实验, 得到图 9 所示实验数据, 结果表明: L300G 在机检测机构几何误差链中各运动轴几何误差补偿前后, 标准样板齿轮左右齿面的齿向精度均为 4 级; L300G 在机检测机构几何误差链中各运动轴几何误差补偿前后, 标准样板齿轮左右齿面的齿形精度均提高 4 个等级, 均为 4 级精度, 验证了本文提出磨齿机 L300G 在机检测机构几何误差链模型的正确性。

表 3 渐开线标准样板齿轮基本参数

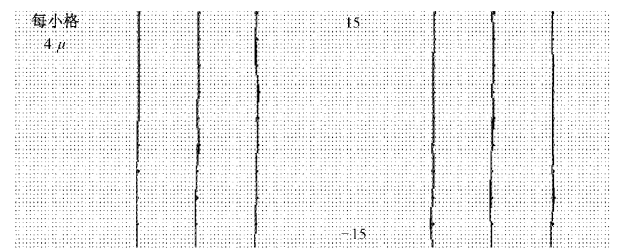
Table 3 Basic parameters of involute standard template gear

项目	参数	项目	参数
齿数	31	分度圆直径	124
模数/mm	4	齿根圆半径	114
压力角/(°)	20	齿宽	30
螺旋角/(°)	0	齿形精度	4 级
齿顶圆直径	132	齿向精度	4 级



检测位置	分度圆 +3 mm 左	分度圆 -3 mm 左	分度圆左	分度圆右	分度圆 -3 mm 右	分度圆 +3 mm 右
齿向偏差 $f_{\beta}$	2.5 [2]	3.9 [3]	4.7 [4]	4.5 [4]	3.6 [3]	3.7 [3]
形状偏差 $f_f$	1.1 [0]	2 [2]	2.4 [3]	2.8 [3]	2.3 [3]	2.5 [3]
倾斜偏差 $f_{H\beta}$	-2.2 [3]	-3.8 [4]	-1.5 [1]	-2.8 [3]	-2.5 [3]	-0.6 [0]

(a) 补偿前齿向检测精度



检测位置	分度圆 +3 mm 左	分度圆 -3 mm 左	分度圆左	分度圆右	分度圆 -3 mm 右	分度圆 +3 mm 右
齿向偏差 $f_{\beta}$	2.5 [2]	3.9 [3]	4.7 [4]	4.5 [4]	3.6 [3]	3.7 [3]
形状偏差 $f_f$	1.1 [0]	2 [2]	2.4 [3]	2.8 [3]	2.3 [3]	2.5 [3]
倾斜偏差 $f_{H\beta}$	-2.2 [3]	-3.8 [4]	-1.5 [1]	-2.8 [3]	-2.5 [3]	-0.6 [0]

(b) 补偿后齿向检测精度

(b) Tooth lead inspection accuracy after compensation



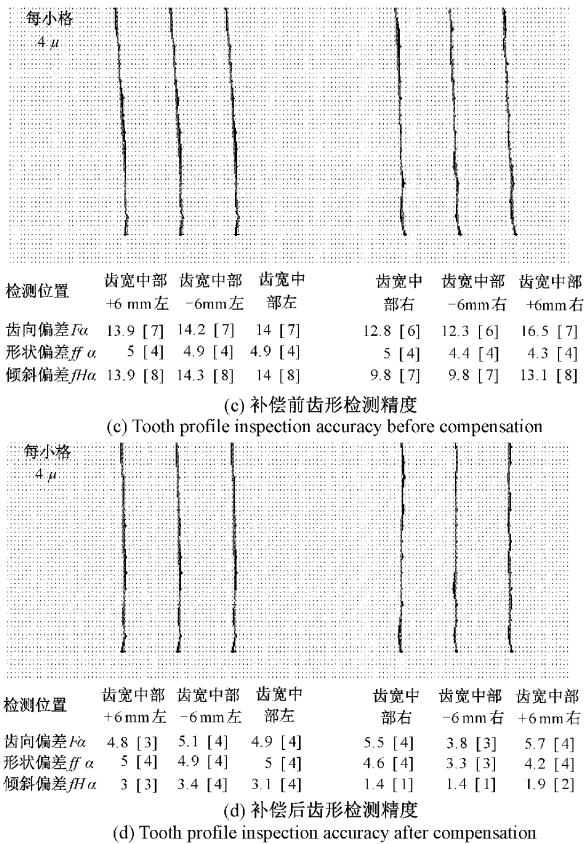


图 9 L300G 齿轮检测  
Fig. 9 Gear L300G inspections

### 2.4 Gleason 齿轮检测

根据表 3 所示渐开线标准样板齿轮基本参数,开展 Gleason350GMS 齿轮检测实验,得到图 10 所示实验数据,结果表明:标准样板齿轮左右齿面的齿向、齿形精度均为 4 级精度,与 2.3 节所得实验结果相吻合,进一步验证了在机检测机构几何误差链模型的正确性。

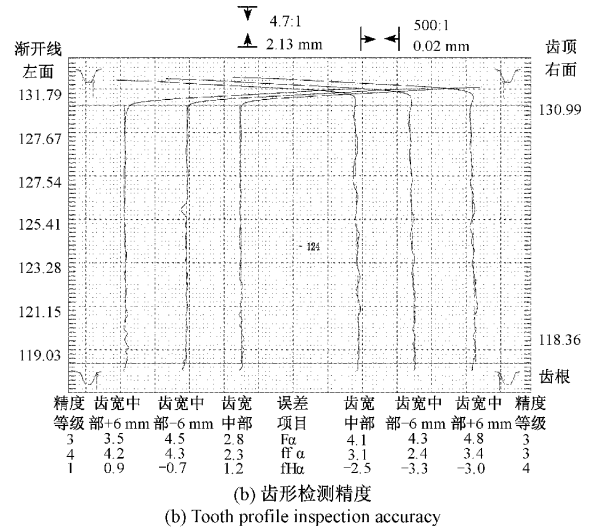


图 10 Gleason 350GMS 齿轮检测  
Fig. 10 Gear Gleason 350GMS inspections

## 3 结 论

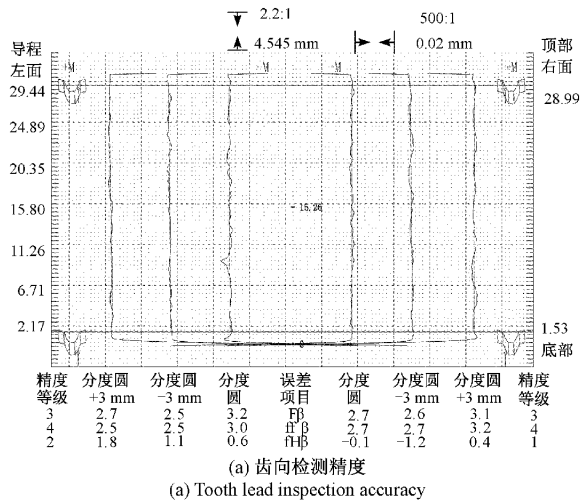
根据磨齿机在机检测运动原理,运用多刚体系统运动学,基于齐次坐标变换理论,建立在机检测机构几何误差链模型,逐次识别并补偿几何误差链中各运动轴几何误差平均值后,即可避免运动轴几何误差跟随在机检测运动传播形成误差链而产生误差累积效应,即可从根本上优化在机检测精度。

利用上位机软件生成在机检测机构几何误差链补偿前、补偿后在机检测 G 代码,开展 L300G 标准样板齿轮检测实验,结果表明:误差补偿前后,齿向精度均为 4 级;误差补偿后,齿形精度提高 4 个等级,为 4 级精度,与格里森检测实验结果相吻合,结果验证了模型的正确性,有望在磨齿机高精度在机检测系统中推广使用

由于机床在机检测精度不可避免地受到机床热误差和测头误差等因素的影响,因此后续工作中,有必要开展机床热误差补偿和测头误差补偿研究,特别地考虑信号传输迟滞、检测速度、测球直径、测杆长度、测头重力以及测球表面测点法矢等因素间的耦合效应,开展测头综合预行程误差补偿研究。

### 参考文献

[1] 高峰,赵柏涵,李艳,等. 多轴数控机床的在机测量方案创成及优化方法[J]. 机械工程学报, 2017, 53(20):13-19.  
GAO F, ZHAO B H, LI Y, et al. On-machine measurement scheme generation and optimization method for multi-axis CNC machine tool [J]. Journal of



- Mechanical Engineering, 2017, 53(20):13-19.
- [ 2 ] 裘祖荣,石照耀,李岩. 机械制造领域测量技术的发展研究[J]. 机械工程学报,2010,46(14):1-11.  
QIU Z R, SHI ZH Y, LI Y. Research on the development of measurement technology mechanical manufacture [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(14):1-11.
- [ 3 ] 汪中厚,宋小明,何伟铭,等. 斜齿轮成形磨削齿向修形齿面模型构造与误差评价[J]. 中国机械工程, 2015,26(21):2841-2847.  
WANG ZH H, SONG X M, HE W M, et al. Tooth surface model construction and error evaluation for tooth-trace modification of helical gear by form grinding [J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26 ( 21 ): 2841-2847.
- [ 4 ] 魏舜昊,章家岩,冯旭刚. 三坐标测量机高速测量过程动态误差分析与补偿[J]. 电子测量与仪器学报, 2020,34(5):43-50.  
WEI SH H, ZHANG J Y, FENG X G. Dynamic error analysis and compensation of CNC high speed measurement [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(5):43-50.
- [ 5 ] 郭世杰,武建新,乔冠,等. 数控机床几何误差正弦低次多项式参数化建模与应用研究[J]. 仪器仪表学报,2020,41(10):136-146.  
GUO SH J, WU J X, QIAO G. Study on parametric modeling and application of sinusoidal lower-order polynomials for geometric error of CNC machine tool [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(10): 136-146.
- [ 6 ] 胡腾,郭曦鹏,米良,等. 卧式加工中心关键几何误差元素甄别方法[J]. 中国机械工程,2020,31(13): 1539-1547.  
HU T, GUO X P, MI L, et al. A methodology for identifying crucial error elements of horizontal machining centers [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(13):1539-1547.
- [ 7 ] ZHU SH W, DING G F, QIN SH F, et al. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2012, (52):24-29.
- [ 8 ] 李杰,谢福贵,刘辛军,等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状[J]. 机械工程学报,2017, 53(7):113-128.  
LI J, XIE F G, LIU X J, et al. Analysis on the research status of volumetric positioning accuracy improvement methods for five-axis NC machine tools [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(7):113-128.
- [ 9 ] 杨清艳,韩江,张魁榜,等. 数控成形砂轮磨齿机床几何误差分析与函数补偿法[J]. 中国机械工程,2013, 24(23):3144-3149.  
YANG Q Y, HAN J, ZHANG K B, et al. Geometric error analysis and function compensation of a CNC forming wheel grinding machine [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(23):3144-3149.
- [ 10 ] 陈剑雄,林述温. 基于微分变换的多轴数控机床几何误差解耦研究[J]. 中国机械工程,2014,25(17): 2290-2294.  
CHEN J X, LIN SH W. Geometric error decoupling for multi-axis CNC machines based on differential transformation [J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(17):2290-2294.
- [ 11 ] 付国强,饶勇建,谢云鹏,等. 几何误差贡献值影响下五轴数控机床运动轴误差灵敏度分析方法[J]. 中国机械工程,2020,31(13):1518-1528.  
FU G Q, RAO Y J, XIE Y P, et al. Error sensitivity analysis of motion axis for five-axis CNC machine tools with geometric error contribution [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(13): 1518-1528.
- [ 12 ] XIANG S T, LI H M, DENG M, et al. Geometric error analysis and compensation for multi-axis spiral bevel gears milling machine [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, (121):59-74.
- [ 13 ] ZHOU X D, JIANG ZH X, SONG B, et al. A compensation method for the geometric errors of five-axis machine tools based on the topology relation between axes [J]. Int J Adv Manuf Technol, 2017, (88): 1993-2007.
- [ 14 ] HUANG N, JIN Y Q, BI Q ZH, et al. Integrated post-processor for 5-axis machine tools with geometric errors compensation [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2015, (94):65-73.
- [ 15 ] 杨赫然,赵桐,孙兴伟,等. 基于改进遗传算法的机床主轴径向回转误差分离技术研究[J]. 仪器仪表学

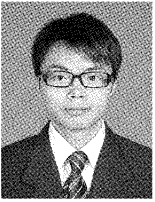
报,2021,42(1):82-91.

YANG H R, ZHAO T, SUN X W, et al. Research on radial error separation technology of machine tool spindle based on the improved genetic algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(1):82-91.

- [16] 夏长久,王时龙,徐凯,等. 基于球杆仪单轴运动测量的旋转轴几何误差辨识[J]. 仪器仪表学报,2020,41(7):20-28.

XIA CH J, WANG SH L, XU K, et al. Geometric error identification of rotary axes based on uniaxial motion measurement of double ball bar [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(7):20-28.

### 作者简介



杨勇明,2013年于上海理工大学获得硕士学位,现为上海理工大学博士研究生,主要研究方向为齿轮磨削加工工艺、齿轮在机测量技术。

E-mail: jackyang@usst.edu.cn。

**Yang Yongming** received his M. Sc. degree in 2013 from University of Shanghai for Science and Technology; now, he is a Ph. D. candidate in University of Shanghai for Science and Technology. His main research interest includes gear grinding machining process and gear on-machine measurement technology.



汪中厚(通信作者),1987年于合肥工业大学获得硕士学位,1998年于日本京都大学获得博士学位,现为上海理工大学教授,主要研究方向为齿轮动态力学性能仿真、CAE及其应用。

E-mail: wangzhusst@163.com。

**Wang Zhonghou** (Corresponding author) received his M. Sc. degree in 1987 from Hefei University of Technology and Ph. D. degree in 1998 from Kyoto University, Japan. Now, he is a professor in University of Shanghai for Science and Technology. His main research interest includes gear dynamic mechanical performance simulations, CAE and its application.