

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108698

基于伪逆的冗余度机械臂关节速度约束方案*

李克讷, 马玉如, 王温鑫, 刘 超

(广西科技大学电气电子与计算机科学学院 柳州 545006)

摘 要:针对冗余度机械臂逆运动学求解结果可能超出机械臂物理限制的问题,提出两种基于伪逆算法的冗余度机械臂关节速度约束方案。首先,根据冗余度机械臂末端执行器的跟踪任务,运用伪逆算法在速度层上进行冗余度解析。其次,分别利用设计的两种约束方案对指定的关节速度进行限制与压缩,获得新的速度解并用以执行指定的轨迹跟踪任务。接着,针对末端执行器出现的位置误差,设计误差补偿函数以保证跟踪任务的顺利执行。最后,利用 MATLAB 软件对六自由度机械臂进行了运动规划仿真实验,并利用 Arduino 平台对六自由度机械臂进行算法实验验证。实验结果表明,两种约束方案下机械臂的最大跟踪误差均不超过 3×10^{-4} m,且时变函数约束方案在限制关节速度时获得更好的速度平稳性。

关键词: 冗余度机械臂; 伪逆算法; 运动规划; 误差修正

中图分类号: TP242 TH115 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Redundant manipulator joint-velocity constraint scheme based on pseudoinverse

Li Kene, Ma Yuru, Wang Wenxin, Liu Chao

(School of Electrical Electronic and Computer Science, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, China)

Abstract: The pseudoinverse-type solution may exceed the physical limit of a manipulator. To address this problem, two kinds of joint-velocity constraint schemes of redundant manipulator based on the pseudoinverse algorithm are proposed. Firstly, according to the tracking task of the end-effector, the pseudoinverse algorithm is used to analyze the redundancy at the velocity level. Secondly, two constraint schemes are utilized to limit and compress the specified joint velocity. A new velocity solution is obtained to perform the specified trajectory-tracking task. Then, the error compensation function is designed to eliminate the position error of the end-effector to ensure the smooth execution of the tracking task. Finally, simulation results based on the MATLAB software are analyzed and discussed. The algorithm is further evaluated using a six-DOF manipulator which is controlled by the Arduino platform. These results show that the maximum tracking errors do not exceed 3×10^{-4} m with two proposed constrained schemes. And the time-varying function constrained scheme can achieve better velocity stability when the joint velocity is limited.

Keywords: redundant manipulator; pseudoinverse algorithm; motion planning; error correction

0 引 言

机械臂的逆运动学求解问题(即已知末端的位姿,求出机械臂的关节变量)是冗余度机械臂运动控制中的一个基本问题^[1-2]。常见的逆运动学求解方法有迭代法^[3]、伪逆法^[4]、几何法^[5]以及梯度投影法^[6]。由于伪逆方法具有形式简单和数学易处理等优点,常被用于冗余度机械臂伪逆的方案研究和求解。

但冗余度机械臂在实际应用中不可避免地受限于关节物理约束。为解决该问题,国内外学者在运动学逆解方面展开许多相关研究。Liegeois^[7]采用梯度投影法避免联合限制,利用机械臂的冗余特性将性能指标函数的梯度投影到机械臂雅克比矩阵的零空间。但梯度投影法也存在一些不足,如幅度不唯一、产生不必要的自运动和引起关节轨迹振荡等。在此基础上,Chan 等^[8]提出了用加权最小范数法来避免冗余度机器人的关节极限,能够使不必要的自运动最小化,减小跟踪误差和降低运算复

收稿日期:2021-10-11 Received Date: 2021-10-11

* 基金项目:国家自然科学基金(61663003)、广西科技大学研究生教育创新计划(GKYC202007)项目资助

杂度。虽然可以避免关节位置极限,但无法避免关节速度极限。文献[9-10]基于不同性能函数,需要反复试凑优化参数来解决冗余度机器人运动学逆解问题。Huang等^[11]提出了在逆运动学中加入迫使关节远离极限的夹紧项,该方法保证了联合极限约束,并提高系统对于干扰的鲁棒性。但当主任务和联合极限约束之间存在冲突时,会牺牲主任务的精度。文献[12]利用凸优化逆运动学的方法对逆解进行变换使得冗余度机械臂逆运动学求解结果满足物理约束,但是关节速度存在跳变现象不利于关节电机运行和任务执行。文献[13]提出一种带有权重函数的避免关节极限的优化目标函数,采用线性展开方法将复杂形式的优化目标函数转化为简单的二次函数形式,结合求得的臂角可行范围获得优化的臂角和关节位置,实现关节避让限位,但没有解决关节速度受限的问题。文献[14]提出一种改进的夹紧加权最小范数法,在原方法中加入了弹性场函数来实现关节角速度约束。文献[15]提出了一种通过符号双幂激活函数加速有限时间收敛的递归神经网络算法,能够有效地实现视觉伺服,同时处理机器人内窥镜的物理限制。文献[16]提出了一种基于甲虫天线搜索算法的运动规划方法,解决冗余度机械臂关节速度受限问题。并且可以直接处理正运动学方程来求解期望的关节角度。文献[17]提出了一种基于非线性优化的机器人运动学逆问题在线求解的新方法,将逆运动学问题描述为约束非线性优化问题,并使用库恩-塔克条件分析来求解。总体而言,冗余度机械臂逆运动学研究中已经存在多种优化解决方案。然而在实际应用中,伪逆解的直接应用将可能导致机器人超出物理限制,使得跟踪任务失败,甚至对机械臂本体及电机造成损坏,因此需要对关节速度进行有效约束。

为此,本文设计两种冗余度机械臂关节速度约束方法,旨在对冗余度机械臂执行任务过程中的关节速度进行有效约束。同时,还对机械臂运动中的末端位置误差进行修正。本文分如下5部分内容:首先,采用伪逆算法对冗余度方案在速度层上进行求解;其次,给定关节速度极限,设计出两种关节速度约束函数以对关节速度进行约束;然后,采用MATLAB软件对六自由冗余度机械臂进行仿真以验证该方案的可行性和有效性;接着,利用Arduino平台对六自由度机械臂进行算法实验验证;最后,通过对比分析对提出的方法进行总结。

1 运动规划方案的描述

1.1 冗余度解析

在笛卡尔空间中,定义机械臂末端执行器的位置向量 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^m$ (其中, \mathbf{R} 为实数空间, m 为工作空间的维

数),机械臂正向运动学可写为^[4,18-19]:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}(t)) \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为机械臂的关节向量(n 为关节空间维数); $\mathbf{h}(\cdot)$ 为由机械臂结构参数推导所得的非线性可微函数。

为了求得机械臂的关节速度,将式(1)对时间 t 求导可得:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) \quad (2)$$

式中: $\dot{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^m$ 为末端执行器笛卡尔速度向量; $\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为关节速度向量; \mathbf{J} 为 $m \times n$ 雅克比矩阵。

对于冗余度机械臂,式(2)存在多个或者无穷个关节速度解,可采用伪逆方法得到关节速度解:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}$ 为雅克比矩阵 \mathbf{J} 的伪逆矩阵。

1.2 关节速度约束

针对机械臂执行任务过程中超出关节速度极限问题,本文设计直接约束和时变函数约束两种方案对机械臂关节速度进行控制约束,避免机械臂在执行任务过程中超出关节速度极限,并且顺利完成指定的跟踪任务。

1) 直接约束

$$\dot{\theta}_i(t) = \begin{cases} \dot{\theta}_i(t), & |\dot{\theta}_i(t)| < K \\ K, & |\dot{\theta}_i(t)| \geq K \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\dot{\theta}_i(t)$ 表示第 i ($1 \leq i \leq n$) 关节的关节速度; K 表示指定的关节速度极限。

2) 时变函数约束

设计如下时变函数 $j(t)$:

$$j(t) = (\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0) \exp(-\mu |\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0|), \quad |\dot{\theta}_i(t)| > K \quad (5)$$

式中: $\dot{\theta}_i(t)$ 表示第 i ($1 \leq i \leq n$) 关节的关节速度;根据经验设置 $\dot{\theta}_0 = (\max(\dot{\theta}_i(t)) - K)/5$,当关节速度到达 $\dot{\theta}_0$ 时,即触发初始约束速度,进入关节速度约束过程; μ ($\mu > 0$) 为控制电机变速过程快慢的标量系数,可根据电机性能和实际需要进行设定。

综上所述,结合式(3)和(5)可将机械臂的第 i 关节速度 $\dot{\theta}_i(t)$ 规划为:

$$\dot{\theta}_i(t) = \begin{cases} \mathbf{J}^+(t)\dot{\mathbf{x}}_i(t), & 0 \leq t < t_1, t_2 < t \leq T \\ \dot{\theta}_0 + (\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0) \exp(-\mu |\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0|), & t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\dot{\theta}_i(t) \leq K$, $\dot{\theta}_0 \leq K \leq \dot{\theta}_p$, $\dot{\theta}_p$ 表示关节速度的最大值; T 表示任务执行的时间周期; t_1 , t_2 分别表示关节速度超出初始约束速度 $\dot{\theta}_0$ 时的起点时间和终点时间。

为了验证时变函数约束方法的有效性,令 $g(t) = \exp(-\mu(\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0))$,证明 $\dot{\theta}_0 + (\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0)g(t) \leq K$ 恒成立,以速度上极限为例,给出如下证明。

证明: 当 $t_1 \leq t \leq t_2$ 时, 令 $f(t) = \dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0$, 由于是上极限, 故 $f(t) \geq 0$ 恒成立, 对上式求导可得 $\dot{f}(t) = \ddot{\theta}_i(t)$, 再令:

$$F(t) = \dot{\theta}_0 + (\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0) \exp(-\mu(\dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_0)) - K \quad (7)$$

则需证: $F(t) \leq 0 (t_1 \leq t \leq t_2)$, 即 $F(t)_{\max} \leq 0$ 。

将式(7)对时间 t 进行求导, 得到:

$$\dot{F}(t) = (\ddot{\theta}_i(t)(1 - \mu \cdot f(t))) \cdot g(t) \quad (8)$$

式(8)中 $g(t) \geq 0$ 恒成立, 令:

$$G(t) = \ddot{\theta}_i(t)(1 - \mu \cdot f(t)) \quad (9)$$

将式(9)对时间 t 求导, 得到:

$$\dot{G}(t) = \dddot{\theta}_i(t)(1 - \mu \cdot f(t)) - \mu \cdot \ddot{\theta}_i^2(t) \quad (10)$$

假设 $\dot{\theta}_0 > 0$, 则超出 $\dot{\theta}_0$ 的速度 $\dot{\theta}_i(t) > 0$, 则 $\ddot{\theta}_i(t) < 0$ 。

由于, 对约束后的速度曲线有要求, 希望约束后的速度曲线能够按照约束前的速度走势压缩到指定速度值以下, 则不考虑 $1 - \mu \cdot f(t) < 0$ 的情况。

假设, $1 - \mu \cdot f(t) > 0$, 则 $\dot{G}(t) < 0$, 可得 $G(t)$ 函数单调递减。故 $G(t)_{\max} = G(t_1) = \ddot{\theta}_i(t_1)(1 - \mu \cdot f(t_1))$ 。

由于, $\ddot{\theta}_i(t_1) > 0$ 且 $1 - \mu \cdot f(t_1) > 0$, 则 $G(t)_{\max} > 0$ 。

令 $G(t) = 0$, 即 $\ddot{\theta}_i(t)(1 - \mu \cdot f(t)) = 0$, 由于, $1 - \mu \cdot f(t) > 0$, 恒成立, 则 $\ddot{\theta}_i(t) = 0, \ddot{\theta}_i(t_p) = 0$ 且 $t_1 < t < t_2$, 故:

$$\begin{cases} G(t) > 0, & t_1 < t < t_p \\ G(t) < 0, & t_p < t < t_2 \end{cases} \quad (11)$$

则:

$$\dot{F}(t) = G(t) \cdot \exp(-\mu \cdot f(t)) \begin{cases} > 0, & t_1 < t < t_p \\ < 0, & t_p < t < t_2 \end{cases} \quad (12)$$

$F(t)_{\max} = F(t_p) = f(t_p) \exp(-\mu \cdot f(t_p)) + \dot{\theta}_0 - K \leq 0$
综上所述 $K, \dot{\theta}_0, \mu$ 需要满足如下两个条件:

$$\begin{cases} K - \dot{\theta}_0 - f(t_p) \exp(-\mu \cdot f(t_p)) \geq 0 \\ 1 - \mu \cdot (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_0) > 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: 第 1 个不等式保证了约束后的函数最大值小于指定的速度值 K ; 第 2 个不等式保证了约束后的函数曲线的走势与约束前是相同的。

1.3 位置误差补偿函数

机械臂在执行任务过程中, 关节速度约束会使末端执行器产生速度误差, 并进而导致末端的位置误差。如果没有对该位置误差进行消除, 将会影响任务执行的精度, 甚至导致任务的失败。因此, 设计误差补偿函数进行误差修正。

设机械臂的期望路径为 $x_d(t)$ 定义实际轨迹与期望轨迹之间的实时误差 $\sigma(t)$ 为:

$$\sigma(t) = x(t) - x_d(t) \quad (14)$$

设计的消除误差等式为:

$$\dot{\sigma}(t) = -\lambda \sigma(t) \quad (15)$$

式中: $\lambda > 0$ 为可任意设置的参数, 用来调整位置误差的收敛率, 在硬件许可的范围内, λ 取值越大, 所得的位置误差精度越高, 本文取 $\lambda = 200$; $\dot{\sigma}(t)$ 为机械臂末端误差的速度分量, 机械臂在执行任务过程中, $\dot{\sigma}(t)$ 随时间指数收敛到 0。

机械臂在执行任务过程中的末端执行器速度可表示为:

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_d(t) + \dot{\sigma}(t) \quad (16)$$

式中: $\dot{x}_d(t)$ 为末端执行器的速度分量。

2 数学模型的建立和工作空间分析

2.1 数学模型的建立

本文选用六自由度机械臂为实验平台, 且 6 个关节均为旋转关节。根据此类机械臂的特性, 可采用标准 D-H 建模法^[19-21] 在各个关节上建立坐标系, 得到 D-H 模型, 完整的关节坐标模型如图 1 所示。

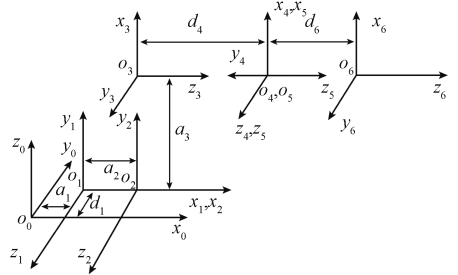


图 1 机械臂 D-H 坐标系

Fig. 1 The manipulator D-H coordinate system

根据图 1 可以推算出 D-H 参数表 1 中各个参数数值, 其中 θ 表示关节角度, α 为机械臂的连杆扭转角, a 是相邻关节间的连杆长度, d 是表示相邻连杆的偏移量。其中各个关节角的约束: $-90^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ$, $36^\circ \leq \theta_2 \leq 147^\circ$, $-53^\circ \leq \theta_3 \leq 53^\circ$, $0^\circ \leq \theta_4 \leq 180^\circ$, $-90^\circ \leq \theta_5 \leq 90^\circ$, $0^\circ \leq \theta_6 \leq 180^\circ$

表 1 D-H 参数表

Table 1 D-H parameter table

关节	$\theta_n / (^\circ)$	$\alpha_n / (^\circ)$	a_n / mm	d_n / mm
1	θ_1	90°	46.5	78.6
2	$\theta_2 + 90^\circ$	0°	117.5	0
3	θ_3	90°	18.5	0
4	θ_4	-90°	0	127.5
5	θ_5	90°	0	0
6	θ_6	0°	0	78.5

2.2 机械臂工作空间分析

为了解六自由度机械臂工作空间的大小,本文利用蒙特卡罗方法^[22]对机械臂工作空间在 MATLAB 上进行仿真,取随机点坐标数目 $N = 10\ 000$,得到六自由度机械臂的工作空间如图 2 所示。

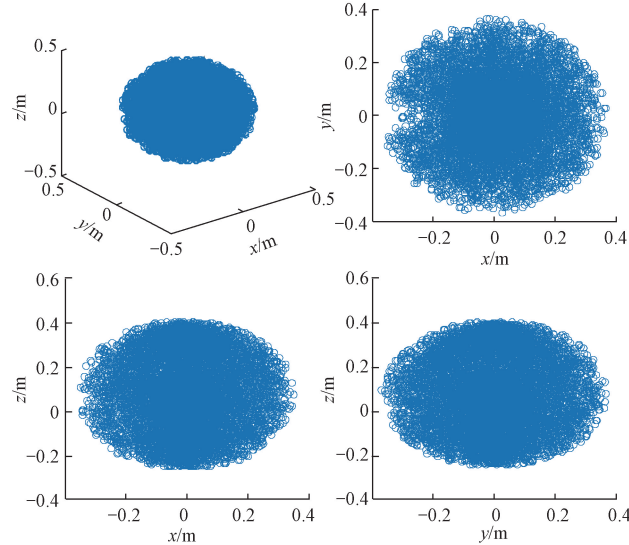


图 2 机械臂可达工作空间的三维图及平面图

Fig. 2 Three reachable workspace of the manipulator

从图 2 可以得到机械臂工作空间的范围是: $x \in [-0.350\ 4, 0.364\ 3]$ m, $y \in [-0.362\ 3, 0.367\ 3]$ m, $z \in [-0.245\ 4, 0.402\ 7]$ m。可知机械臂可达空间外轮廓近似于椭球形,则预设的机械臂末端期望轨迹需要满足该椭球形的大小限制。

3 计算机仿真

本文以六自由度机械臂跟踪长方形轨迹和玫瑰线轨迹为例,对基于伪逆的冗余度机械臂关节速度约束方案进行仿真,讨论其泛化性和有效性。关节空间维数是 $n = 6$,工作空间维数是 $m = 3$ 。

3.1 长方形轨迹跟踪

本小节讨论末端执行器跟踪长方形轨迹的仿真情况。机械臂的实际关节角向量 θ_a 期望的关节角向量 θ_d 的初始值 $\theta_a = \theta_d = [0, 90^\circ, 0, 0, 0, 0]^T$ 。长方形期望轨迹的长为 4 cm,宽为 6 cm。长方形和末端执行器的起始点坐标为 $(x_{a0}, y_{a0}, z_{a0}) = (x_{d0}, y_{d0}, z_{d0}) = (0.257\ 2, 0, 0.214\ 6)$ m。

首先在无约束情况下用伪逆算法对机械臂执行长方形轨迹跟踪任务进行仿真求解,仿真结果如图 3 所示。图 3 给出关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线和末端位置误差曲线,可知关节速度在机械臂跟踪过程中保持平滑连续。由曲

线位置误差可知,X 轴、Y 轴和 Z 轴方向的位置误差均小于 2×10^{-6} m,可见伪逆算法使得机械臂有较好的跟踪精度。

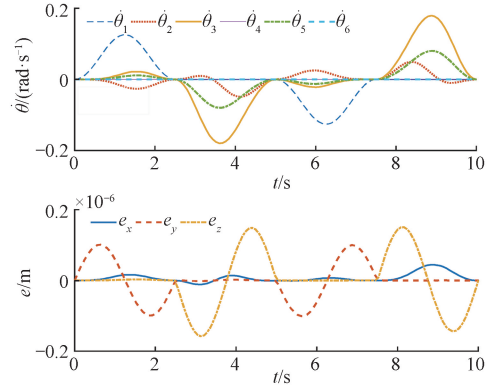


图 3 基于伪逆算法的长方形轨迹跟踪仿真

Fig. 3 Rectangle-trajectory-tracking simulation based on pseudoinverse algorithm

为了模拟关节速度超出关节速度极限,本小节仿真时指定对机械臂的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 进行约束,令上极限 $\dot{\theta}_3^* = 0.153$ rad/s,采用直接速度约束方案的仿真结果如图 4 所示,给出受到约束后的关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线,可知约束后的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 能够保证在极限速度以下,验证了直接约束方案的有效性。但从图中可看出,在 $\dot{\theta}_3$ 受约束后, $\dot{\theta}_5$ 补偿性升高且产生速度突变点。由曲线位置误差可知,X 轴方向的最大绝对值误差(MAPE)为 $|e_x| = 4.436 \times 10^{-6}$ m, Y 轴方向的 MAPE 为 $|e_y| = 1.012 \times 10^{-6}$ m, Z 轴方向的 MAPE 为 $|e_z| = 5.434 \times 10^{-5}$ m。由于在速度约束下出现速度跳变的影响,使得误差相对增大。

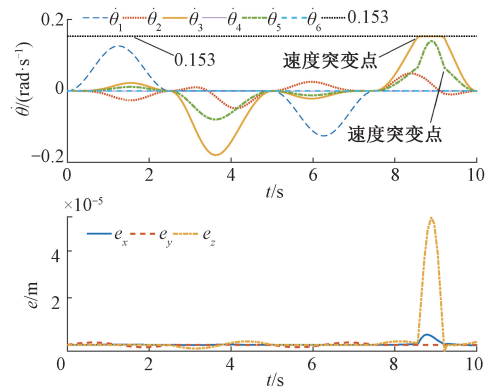


图 4 速度直接约束的长方形轨迹跟踪仿真

Fig. 4 Rectangle-trajectory-tracking simulation with direct velocity constraints

为了改善关节速度突变的现象,采用时变函数(即式(5))进行关节速度约束的仿真结果如图 5 所示。图 5

给出受到约束后的关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线, 可知约束后的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 最大速度为 0.148 2 rad/s, 小于关节极限速度, 验证了该仿真实验的有效性。并且采用时变函数进行约束后, $\dot{\theta}_3$ 虽然也出现补偿性升高但不产生速度突变现象。在执行任务过程中, 机械臂的所有关节速度都能够保持连续光滑的状态, 避免了采用直接约束带来的关节速度突变带来的影响。由曲线位置误差可知, X 轴方向的 MAPE 为 $|e_x| = 5.583 \times 10^{-6}$ m, Y 轴方向的 MAPE 为 $|e_y| = 1.012 \times 10^{-6}$ m, Z 轴方向的 MAPE 为 $|e_z| = 6.694 \times 10^{-5}$ m。机械臂末端能较平稳地执行轨迹跟踪任务。

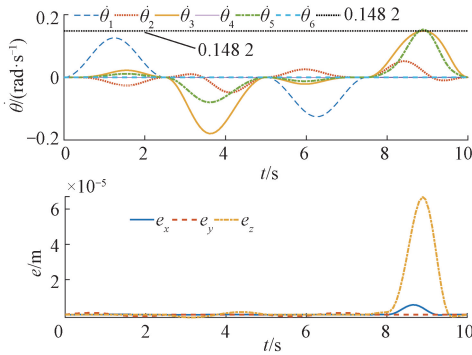


图 5 基于时变函数长方形轨迹跟踪仿真
Fig. 5 Rectangle-trajectory-tracking simulation with time-varying constraints

最后, 为了验证该方案的有效性, 采用时变函数进行所有关节速度正负双边约束, $|\dot{\theta}^\pm| = 0.153$ rad/s, 仿真结果如图 6 所示。从图 6 给出受到约束后的关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线可知, 约束后的所有关节速度绝对值小于关节极限速度 0.153 rad/s, 验证了该仿真的有效性。由曲线位置误差可知, X 轴方向的 MAPE 为 $|e_x| = 5.197 \times 10^{-6}$ m, Y 轴方向的 MAPE 为 $|e_y| = 1.012 \times 10^{-6}$ m, Z 轴方向的 MAPE 为 $|e_z| = 6.491 \times 10^{-5}$ m。机械臂末端依然能够较好的执行轨迹跟踪任务。

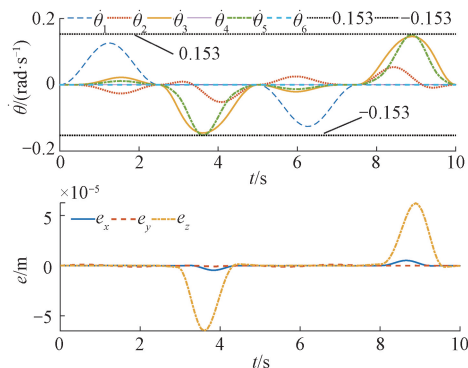
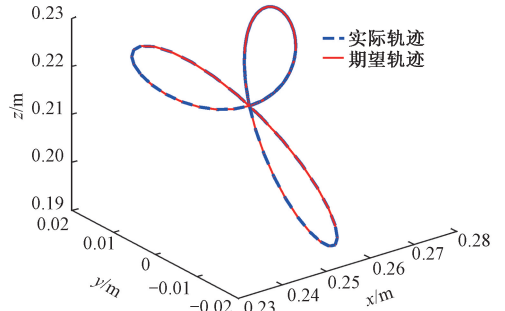


图 6 双边约束长方形轨迹跟踪仿真
Fig. 6 Rectangle-trajectory-tracking simulation with bound constraints

3.2 玫瑰线轨迹跟踪

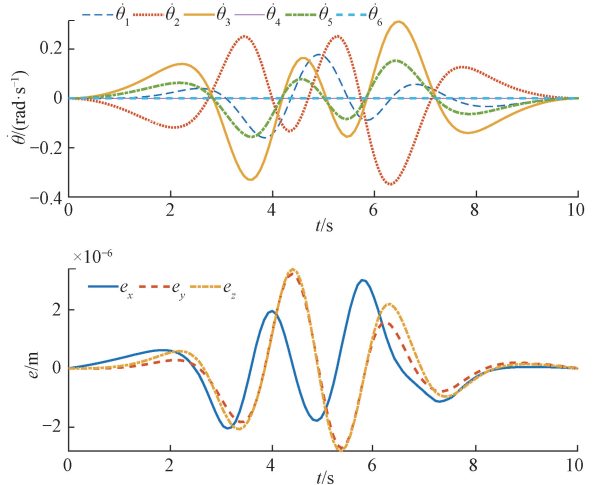
为了说明约束方法的泛化性和有效性, 本文讨论采用六自由度机械臂跟踪玫瑰线的仿真实况。机械臂的实际关节角向量 θ_a 期望的关节角向量 θ_d 的初始值 $\theta_a = \theta_d = [0, 90^\circ, 0, 0, 0, 0]^T$ 。执行任务周期 $T = 10$ s, 玫瑰线和末端执行器的起始点坐标 $(x_{a0}, y_{a0}, z_{a0}) = (x_{d0}, y_{d0}, z_{d0}) = (0.257 2, 0, 0.214 6)$ m。

首先在无约束情况下用伪逆算法对机械臂执行玫瑰线轨迹跟踪任务进行仿真求解, 仿真结果如图 7 所示。从图 7(a) 可见机械臂实际跟踪轨迹与期望的路径基本重合。图 7(b) 给出的关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线和位置误差曲线, 关节速度在机械臂运行过程中保持连续光滑的状态; 由位置误差曲线可知, X 轴、Y 轴和 Z 轴方向上的位置误差均小于 4×10^{-6} m, 可见伪逆算法有较好的跟踪精度。



(a) 末端执行器跟踪路径轨迹

(a) The end-effector tracks the path



(b) 关节速度 $\dot{\theta}$ 曲线和位置误差

(b) Profiles of joint-velocity $\dot{\theta}$ and position error

图 7 基于伪逆算法的玫瑰线轨迹跟踪仿真

Fig. 7 Rosette-trajectory-tracking simulation based on the pseudoinverse algorithm

为了模仿关节速度超出关节速度极限, 本小节仿真时指定对机械臂的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 进行约束, 由于

$\max(\dot{\theta}_3) = 0.315 \text{ rad/s}$, 取 $K = 0.25 \text{ rad/s}$ 。采用直接约束方法对关节速度进行约束, 仿真结果如图 8 所示。由受到约束后的关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线, 可知约束后的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 能够保证速度在极限以下, 验证了直接约束的方案的有效性。但是由于强制直接约束的影响导致 $\dot{\theta}_5$ 产生速度突变, 不利于关节电机的运行, 会使得机械臂执行任务过程中运动平稳性降低。由位置误差曲线可知, X 轴方向的 MAPE 为 $|e_x| = 4.548 \times 10^{-6} \text{ m}$, Y 轴方向的 MAPE 为 $|e_y| = 3.22 \times 10^{-6} \text{ m}$, Z 轴方向的 MAPE 为 $|e_z| = 1.522 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。

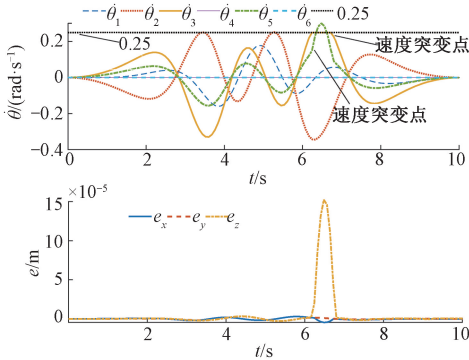


图 8 速度直接约束的玫瑰线轨迹跟踪仿真

Fig. 8 Rosette-trajectory-tracking simulation with direct velocity constraints

进一步地, 为了改善关节速度突变的现象, 采用时变函数(如式(5)所示)进行关节速度约束的仿真结果如图 9 所示。由受到约束后关节速度 $\dot{\theta}$ 的变化曲线, 可知约束后的关节速度 $\dot{\theta}_3$ 最大的速度为 0.2286 rad/s , 小于关节极限速度, 验证了该仿真实验的有效性。采用时变函数进行约束后, 关节速度均没有产生采用直接约束的突变现象。在执行任务过程中, 机械臂的所有关节速度都能够保持连续光滑的状态, 避免速度突变带来的影响。由位置误差曲线可知, X 轴方向的 MAPE 为 $|e_x| = 9.12 \times 10^{-6} \text{ m}$,

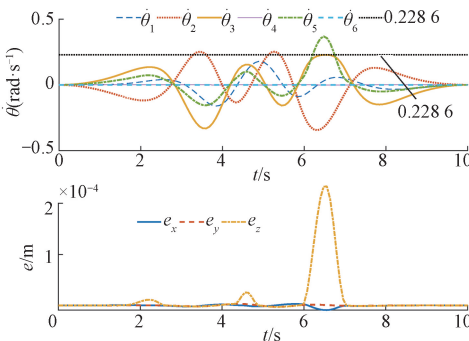


图 9 基于时变函数玫瑰线轨迹跟踪仿真

Fig. 9 Rosette-trajectory-tracking simulation with time-varying constraint

Y 轴方向的 MAPE 为 $|e_y| = 3.194 \times 10^{-6} \text{ m}$, Z 轴方向的 MAPE 为 $|e_z| = 2.332 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。机械臂末端能够较好地执行跟踪轨迹。

4 实验验证

为了进一步验证基于伪逆算法关节速度约束方案的有效性, 本文利用 Arduino 平台^[23]控制 6 自由度机械臂末端执行器跟踪目标曲线完成轨迹跟踪任务。驱动模块的主要核心控制器件为 Arduino Mega2560 单片机, 用单片机输出的六路 PWM 脉冲分别控制机械臂的 6 个舵机, 由控制系统发送命令给驱动系统, 执行机构接收到命令后完成相应的轨迹跟踪任务。实验部分采用时变函数(即式(5))进行关节速度约束进行实验验证, 即利用函数约束下的仿真实验得到的关节角度数据作为六路舵机的输入。下面将分别进行长方形轨迹跟踪和空间玫瑰曲线进行实验验证。

1) 实验 1: 长方形轨迹跟踪实验

本文利用 Arduino 平台控制六自由度机械臂跟踪长为 4 cm , 宽为 6 cm 的长方形实验进行验证。设置机械臂初始关节角度 $[0, 90^\circ, 0, 0, 0, 0]^T$ (实验设置的和仿真一样), 图 10 是末端执行器跟踪长方形轨迹时不同时刻的快照。图 11 是机械臂末端执行器画出的实际轨迹与期望轨迹。将实际末端执行器轨迹和期望的长方形路径进行比较, 这两个长方形基本一致, 证明所提出的方案的有效性。图 12 显示了实际末端执行器跟踪长方形轨迹的 4 条边长, 长和宽分别为 4 和 6 cm , 根据仿真结果显示机械臂最大位置误差小于 $7 \times 10^{-5} \text{ m}$ (如图 5 所示)。综上所述, 实验结果验证了所提出基于伪逆的关节速度约束方案的可行性和有效性。

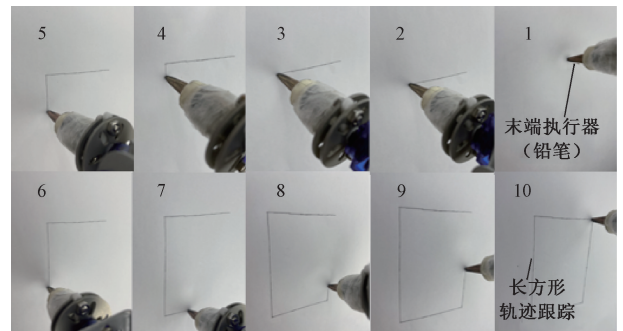


图 10 末端执行器跟踪长方形轨迹时不同时刻快照

Fig. 10 Snapshot at different times when the end-effector tracks the rectangular trajectory

2) 实验 2: 空间玫瑰曲线轨迹跟踪实验

为了进一步验证函数约束方案的有效性, 本文利用 Arduino 平台^[23]控制六自由度机械臂跟踪三维空间玫瑰

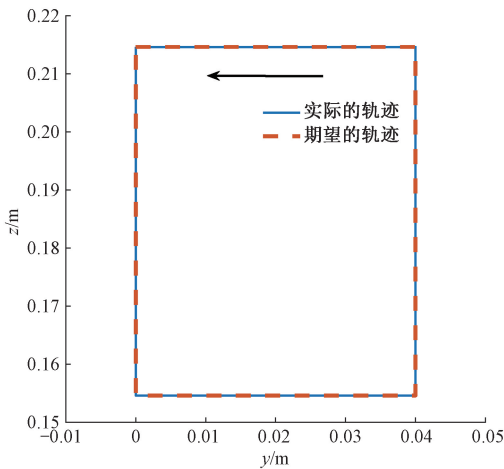


图 11 末端执行器路径和轨迹

Fig. 11 End-effector path and trajectory

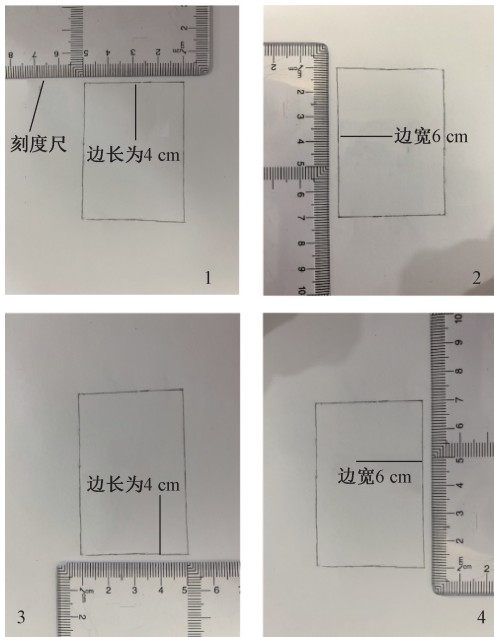


图 12 测量跟踪长方形轨迹的四条边长

Fig. 12 Measure the length of the four rectangular sides

曲线进行实验验证。设置机械臂初始关节角度 $[0, 90^\circ, 0, 0, 0, 0]^T$ (实验设置的和仿真一样)。三维空间玫瑰曲线的参数方程为:

$$\begin{cases} x(t) = a \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot \cos(w \cdot t) + ix \\ y(t) = a \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot \sin(w \cdot t) + iy \\ z(t) = a \cdot \sin(n \cdot w \cdot t) \cdot \sin(w \cdot t) + iz \end{cases} \quad (17)$$

其中, $a = 0.02 \text{ m}$ 表示包络半径, 控制三叶玫瑰线叶子的长短; 参数 $n = 3$ 控制叶子的个数; $w = 2 \cdot \pi / T$ 表示角频率, 其中周期 $T = 10 \text{ s}$ 。 $ix = 0.253 \text{ m}$ 、 $iy = 0 \text{ m}$ 和 $iz = 0.215 \text{ m}$ 分别表示机械臂末端在三维空间下的坐标。

为了展示六自由度机械臂在三维空间中跟踪玫瑰曲线, 以机械臂基座坐标系为空间坐标系, 在 (x, z) 、 (y, z) 两个平面上, 分别用两台手机进行拍照, 记录下机械臂末端的运动轨迹, 然后将拍好的照片打印出来, 并将照片上机械臂末端点连接起来, 在纸上绘制出空间的二维平面投影, 并与期望的轨迹进行比较分析。图 13 是末端执行器跟踪玫瑰曲线在平面的投影。由图 13 可以看出, 描绘出的实际平面投影与期望投影基本一致, 因此验证了该方案的有效性。

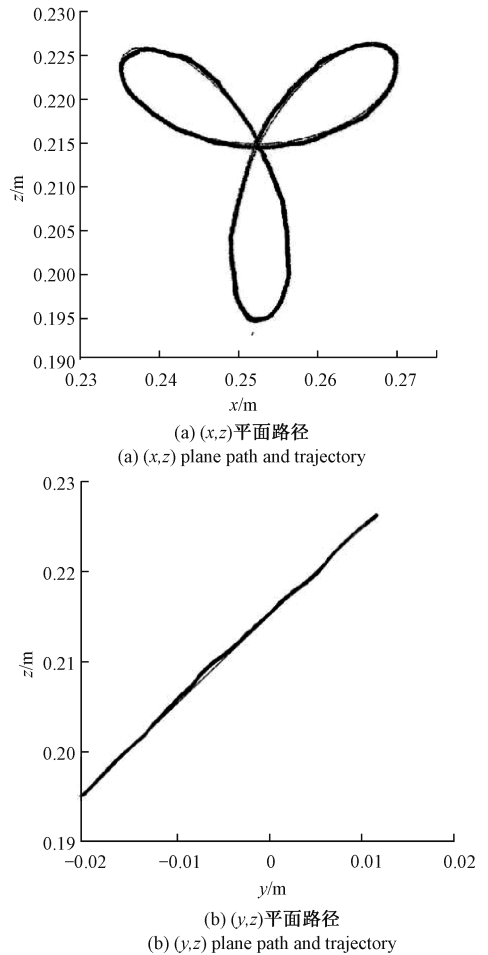


图 13 末端执行器跟踪玫瑰曲线在平面的投影
Fig. 13 Projection of the rosette trajectory tracked

5 结 论

本文提出的基于伪逆的冗余度机械臂关节速度约束方案, 能有效对关节进行速度约束控制。采用此方案, 在六自由度机械臂平台上分别跟踪了长方形轨迹和玫瑰线轨迹。通过仿真可以看出, 与直接速度约束相比, 采用时变函数速度约束方案后, 不仅能够有效实现关节速度约束, 还能保证任务执行过程中速度是连续光滑。因此, 所

提方案有效避免了因关节速度约束出现的速度跳变,有利于在实际机械臂上进行应用。最后本文利用 Arduino 平台对六自由度机械臂进行算法实验验证,证明了所提出方案的有效性。

参考文献

- [1] 刘芳华, 谢如坤. 基于点云信息的七自由度冗余机械臂避障研究[J]. 现代制造工程, 2020, 483(12): 6-13, 35.
LIU F H, XIE R K. Obstacle avoidance of 7-DOF redundant arm based on point cloud data [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2020, 483(12): 6-13, 35.
- [2] 徐剑琴, 李克讷. 冗余度机械臂初始位置误差容错研究[J]. 控制工程, 2021, 28(12): 2351-2359.
XU J Q, LI K N. Research on fault tolerance of initial position error of redundant manipulator [J]. Control Engineering of China, 2021, 28(12): 2351-2359.
- [3] 房立金, 高瑞. 一般 6R 机器人逆运动学算法的改进[J]. 机械科学与技术, 2018, 37(9): 1325-1330.
FANG L J, GAO R. Improving inverse kinematics algorithm for general 6-DOF robots [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2018, 37(9): 1325-1330.
- [4] 徐剑琴, 李克讷, 杨津, 等. 冗余度机械臂零初始关节速度的运动规划方案研究[J]. 机械设计与制造, 2020(6): 253-256.
XU J Q, LI K N, YANG J, et al. Research on motion planning scheme for redundant manipulator with zero initial joint velocity [J]. Machinery & Manufacture, 2020(6): 253-256.
- [5] 程浩田, 祝锡晶, 冯昕宇, 等. 6R 工业机器人几何求逆优化算法及仿真分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2021(4): 75-79.
CHENG H T, ZHU X J, FENG X Y, et al. 6R industrial robot geometric inversion optimization algorithm and simulation analysis [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2021(4): 75-79.
- [6] 纳文, 张世强, 曹越琦, 等. 雅可比矩阵在机器人运动中的应用[J]. 北京理工大学学报, 2020, 40(5): 576-580.
NA W, ZHANG SH Q, CAO Y Q, et al. Applications of Jacobi matrices in kinematic robots [J]. Transactions of Beijing Institution of Technology, 2020, 40(5): 576-580.
- [7] LIEGEOIS A. Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multibody mechanisms [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1977, 7(12): 868-871.
- [8] CHAN T F, DUBEY R V. A weighted least-norm solution based scheme for avoiding joint limits for redundant joint manipulators [J]. IEEE Trans. Robotics and Automation, 1995, 11(2): 286-291.
- [9] 陈启军, 王月娟, 李自育, 等. 避免关节限制的机器人冗余分解方法[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2000, 28(1): 41-45.
CHEN Q J, WANG Y J, LI Z Y, et al. Comparative research of kinematic redundancy resolution strategy of robotic manipulators for avoiding joint limits [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2000, 28(1): 41-45.
- [10] 王勇, 王蕾, 许蕴梅. 冗余自由度机器人的运动学逆解[J]. 山东大学学报(工学版), 2003, 33(3): 249-252.
WANG Y, WANG L, XU Y M. Inverse kinematics algorithm of redundant robot [J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2003, 33(3): 249-252.
- [11] HUANG S H, PENG Y G, WEI W, et al. Clamping weighted least-norm method for the manipulator kinematic control with constraints [J]. International Journal of Control, 2016, 89(11): 1-18.
- [12] 曹鹏飞, 甘亚辉, 戴先中, 等. 物理受限冗余机械臂逆运动学凸优化求解[J]. 机器人, 2016, 38(3): 257-264.
CAO P F, GAN Y H, DAI X ZH, et al. Convex optimization solution for inverse kinematics of a physically constrained redundant manipulator [J]. Robot, 2016, 38(3): 257-264.
- [13] 胡奎, 张继文, 董云飞, 等. 针对关节限位优化的 7 自由度机械臂逆运动学解法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2020, 60(12): 1007-1015.
HU K, ZHANG J W, DONG Y F, et al. Inverse kinematic optimization for 7-DOF serial manipulators with joint limits [J]. J Tsinghua Univ (Sci & Technol), 2020, 60(12): 1007-1015.
- [14] JUN W, HONG T W, RUI M, et al. A study on avoiding joint limits for inverse kinematics of redundant manipulators using improved clamping weighted least-norm method [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(3): 1367-1378.
- [15] LI W B, SONG C Z, LI Z. An accelerated recurrent neural network for visual servo control of a robotic flexible endoscope with joint limit constraint [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(12): 10787-10797.
- [16] CHENG Y Z, LI C X, LI S, et al. Motion planning of redundant manipulator with variable limit based on beetle

- antennae search algorithm [J]. IEEE ACCESS, 2020(8): 138788-138799.
- [17] MODJTABO R, SIMA E. Inverse kinematics of a 7-DOF redundant robot manipulator using the active set approach under joint physical limits [J]. Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 2017, 25(5): 3920-3931.
- [18] 王鑫, 李伟, 梁炜, 等. 单目相机-IMU-机械臂的空间联合标定方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(6): 221-231.
- WANG X, LI W, LIANG W, et al. A space joint calibration method of monocular camera-IMU-manipulator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(6): 221-231.
- [19] 唐尧, 张恩政, 陈本永, 等. 基于运动学分析的工业机器人轨迹精度补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(3): 175-183.
- TANG Y, ZHANG EN ZH, CHEN B Y, et al. Trajectory precision compensation method for industrial robot based on kinematics analysis[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(3): 175-183.
- [20] 卢春, 冯建, 吴子靖. 一种6轴搬动机械臂运动方程逆解的改良算法[J]. 机床与液压, 2020, 48(5): 81-87.
- LU CH, FENG J, WU Z J. An improved algorithm for inverse solution of kinematics equation of one moving 6-axis robotic arm [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2020, 48(5): 81-87.
- [21] 杨太玮, 郑旭东, 徐文福, 等. 考虑迟滞及变形影响的主被动混合驱动绳驱空间机械臂运动学建模及求解[J]. 机器人, 2022, 44(1): 45-54, 65.
- YANG T W, ZH X D, XU W F, et al. Kinematics modeling and solution of hybrid active-passive cable-driven space manipulator considering the effects of hysteresis and deformation [J]. Robot, 2022, 44(1): 45-54, 65.
- [22] 魏明明. 蒙特卡洛法与 GUM 评定测量不确定度对比分析 [J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(11): 17-25.
- WEI M M. Comparative analysis of measurement uncertainty evaluation with Monte Carlo method and GUM[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2018, 32(11): 17-25.
- [23] 胡天林, 李继芳, 罗锦才, 等. 基于 Arduino 的工业机器人实训平台设计 [J]. 实验技术与管理, 2020, 37(12): 108-111, 117.

HU T L, LI J F, LUO J C, et al. Design of practical training platform of mobile robot based on Arduino [J]. Experimental Technology and Management, 2020, 37(12): 108-111, 117.

作者简介



李克讷(通信作者), 2002 年于华南理工大学获得学士学位, 2007 年于广东工业大学获得硕士学位, 2011 年于中山大学获得博士学位, 现为广西科技大学副教授, 主要研究方向为机器人技术。

E-mail: likene@163.com

Li Kene (Corresponding author) received his B. Sc. degree from South China University of Technology in 2002, received his M. Sc. degree from Guangdong University of Technology in 2007, and received his Ph. D. degree from Sun Yat-sen University in 2011. He is currently an associate professor at Guangxi University of Science and Technology. His main research interest is robot technology.



马玉如, 2019 年于合肥师范学院获得获得学士学位, 现为广西科技大学硕士研究生, 主要研究方向为机器人技术。

E-mail: 1914887206@qq.com

Ma Yuru received her B. Sc. degree from Hefei Normal University in 2019. She is currently a master student at Guangxi University of Science and Technology. Her main research interest is robot technology.



王温鑫, 2019 年于广西科技大学获得学士学位, 现为广西科技大学研究生, 主要研究方向为机器人技术。

E-mail: 1303240642@qq.com

Wang Wenxin received her B. Sc. degree from Guangxi University of Science and Technology in 2019. She is currently a master student at Guangxi University of Science and Technology. Her main research interest is robot technology.



刘超, 2019 年于山西工程技术学院获得学士学位, 现为广西科技大学硕士研究生, 主要研究方向为机械臂控制理论与应用。

E-mail: chaoliu0302@163.com

Liu Chao received his B. Sc. degree from Shanxi Institute of Technology in 2019. He is currently a master student at Guangxi University of Science and Technology. His main research interest is the theory and application of manipulator control.