

DOI:10.19650/j.cnki.cjsi.J2514626

# 基于非概率可靠性的移动机器人最优平滑轨迹规划\*

孙剑萍<sup>1</sup>, Jun Chen<sup>2</sup>, 周继强<sup>3</sup>, 杨斌<sup>4</sup>, 汤兆平<sup>1</sup>

(1. 华东交通大学综合立体交通信息感知与融合江西省重点实验室 南昌 330013; 2. School of Engineering and Materials Science, Queen Mary University of London, London E1 4NS; 3. 江西洪都航空工业股份有限公司 南昌 330029; 4. 九江学院机械与智能制造学院 九江 332005)

**摘要:**针对不确定条件下的移动机器人路径的时间-能量-光顺优化问题以及轨迹运动控制挑战,基于 Delaunay 三角剖分构建地图环境及可选路径,提出了自由空间的判断准则,构建了无碰撞模型,给出了初始路径经由删除锐角顶点、路径替换、去除冗余点等进行再优化及三次 NURBS 曲线拟合的方法。引入非概率可靠性对路径状态进行评估,给出最优可靠度路径及其权值的概念及表示方法,设计涵盖路径任务时间风险及能量风险指标的代价函数,同时将移动机器人对轨迹曲率峰值与曲率变化率限制以及安全距离等约束纳入模型,进行最优平滑路径规划结合“Bang-Bang-Singular”跃度策略的五段式 S 型加减速运动控制。实验发现,相对于二次 B 样条路径规划联合“Bang-Bang-Singular”加速度策略运动控制的方法,所提方法的路径时间风险指标减小了 1.907%、能量风险指标降低了 40.57%,运动更加平稳、安全、高效;相对于 VGSP 算法轨迹规划,所提方法的路径时间风险指标虽略有上升,但能量风险指标降低了 86.46%,且更好地保障了机器人通行安全。现场测试也进一步证实了所提方法可有效处理强约束环境下的移动机器人最优轨迹规划,保证轨迹曲线光顺及运动时系统的动力学及柔性能,实现几何与运动的统一规划及任务时间-能量非概率可靠性最优。

**关键词:** 移动机器人; 轨迹规划; 非概率可靠性; 时间风险; 能量风险

**中图分类号:** TP242 TH111 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.5030

## Smooth trajectory planning for mobile robots based on non-probabilistic reliability

Sun Jianping<sup>1</sup>, Jun Chen<sup>2</sup>, Zhou Jiqiang<sup>3</sup>, Yang Bin<sup>4</sup>, Tang Zhaoping<sup>1</sup>

(1. Jiangxi Provincial Key Laboratory of Comprehensive Stereoscopic Traffic Information Perception and Fusion, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. School of Engineering and Materials Science, Queen Mary University of London, London E1 4NS, UK; 3. Jiangxi Hongdu Aviation Industry Co., Ltd., Nanchang 330029, China; 4. School of Mechanical and Intelligent Manufacturing, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China)

**Abstract:** To address the time-energy-smoothness path optimization and trajectory motion control challenges in mobile robot navigation under uncertain conditions, this study constructs map environments and available paths using Delaunay triangulation. A free-space judgment criterion is proposed, and a collision-free model is established. The paper presents optimization methods that include acute vertex deletion, path replacement, and redundant point removal, as well as a cubic NURBS path fitting approach. Furthermore, non-probabilistic reliability is introduced to evaluate path states, with optimal reliability paths and their weighting concepts defined and explained. A cost function integrating path task time risk and energy risk metrics is designed. Meanwhile, constraints such as peak curvature limits, restrictions on curvature change rates, and safety distances are integrated into the model. The optimal path smoothing planning and a five-stage S-type acceleration-deceleration motion control with a jerk that satisfies the 'Bang-Bang-Singular' strategy are carried out. Experimental results demonstrate that our method achieves a 1.907% reduction in time risk and a 40.57% decrease in energy risk compared to approaches employing quadratic B-spline path planning with acceleration control that satisfies the 'Bang-Bang-

收稿日期: 2025-10-28 Received Date: 2025-10-28

\* 基金项目: 国家自然科学基金项目(52262049)、江西省自然科学基金重点项目(20242BAB26083)资助

Singular' strategy, and the movement is smoother, safer, and more efficient. In contrast to trajectory planning using the VGSP algorithm, the time risk index shows a slight increase, while the energy risk index decreases by 86.46%, with improved safety guarantees for robot operation. Field tests further validate the effectiveness of our method in solving optimal trajectory planning for mobile robots under stringent constraints, ensuring both smooth trajectory curves and the system's dynamic and flexible performance during motion. This approach achieves unified geometric-motion planning and optimal non-probabilistic reliability regarding task-time and energy.

**Keywords:** mobile robot; trajectory planning; non-probabilistic reliability; time risk; energy risk

## 0 引言

轨迹规划是机器人及无人驾驶车辆安全、高效移动的关键技术,在自动化作业、仓储物流中有着广泛的应用背景。早期方法常采用路图法、单元分解法及势场法,技术较为成熟。随着人工智能技术发展及机器人的自主性提升,遗传算法、蚁群算法、萤火虫算法等群体智能规划方法以及基于机器学习的规划方法也逐渐被研究者开发与应用<sup>[1-2]</sup>。

相对于路径规划仅需考虑机器人工作空间几何约束,寻找无碰撞可行路线,轨迹规划需在路径的基础上赋予时间信息,并结合运动过程中的位移、速度、加速度、跃度以及力或力矩等运动学和动力学约束进行优化。Burgess-Limerick 等<sup>[3]</sup>提出了一种反应式基座控制方法,实现了机器人在静态与动态障碍物间运动的高效操控。Kim 等<sup>[4]</sup>将基于采样模型预测路径积分(model predictive path integral, MPPI)控制与基于梯度的内点微分动态规划相结合,提升了机器人运动效率;Fang 等<sup>[5]</sup>提出了一种可系统规划适应振动特性的任意阶数 S 型轨迹的方法,保证了机器人高速性能;Dhouib<sup>[6]</sup>基于 Dhouib-Matrix-SPP-24(shortest path planning, SPP)技术从 24 个方向搜索,快速生成了最优运动轨迹。

在时间最优轨迹规划上,Li 等<sup>[7]</sup>基于软、硬约束建模,并通过模型预测控制技术实现了障碍物环境下轨迹的时间最优;王桂荣等<sup>[8]</sup>以 3-5-3 多项式轨迹为基础,引入路径点的约束条件求解多项式系数,给出了一种保持轨迹平滑连续的时间最优多路径点规划方法;Mazen 等<sup>[9]</sup>考虑运动学和动力学限制,适配不同的优化策略,实现了机器人贝塞尔曲线轨迹的时间最优。围绕冲击最优轨迹规划,Abdulakareem 等<sup>[10]</sup>等实现了三次 B 样条插值点较远处存在尖点和突变现象时的轨迹平滑及端点可控规划;Zhao 等<sup>[11]</sup>基于 S 型角度-弧长曲线平滑轨迹拐角,降低了运动冲击;王伟等<sup>[12]</sup>基于七次 B 样条插值拟合,借助非支配遗传算法求得高阶光滑轨迹,实现了冲击最小目标。在能量最优规划上,考虑到光滑轨迹更易于跟踪并能减少执行器上的应力及节省能量,Teso-Fz-Betoño 等<sup>[13]</sup>基于一种改进型预测动态窗口算法,对候选轨迹评估筛选,完成了轨迹能耗最小的离线规划;王义娜等<sup>[14]</sup>构建

三轮全向移动机器人能耗预测模型,通过节能控制及补偿,实现了轨迹跟踪的能量最优。在两种及以上性能最优的轨迹规划上,Potter 等<sup>[15]</sup>基于四次多项式点对点轨迹规划方法,兼顾了时间与能量性能;Qian 等<sup>[16]</sup>考虑到机器人加速度约束的非线性和非凸特性,将模型分解为两个二阶锥规划子问题,实现了时间与冲击性能最优。

上述研究取得了重要成果,但均基于确定性假设,然而机器人真实运动场景中的不确定性问题突出,如环境变化、传感器噪声、动力输出差异、导航偏差、运动控制误差、外界干扰力/力矩等,导致实际历经的节点及轨迹偏离预先规划,严重影响可靠性<sup>[17]</sup>。近年来,一些学者开始将概率或模糊可靠性方法引入该领域<sup>[18]</sup>。郭俊锋等<sup>[19]</sup>将外界干扰和目标信息等不确定因素定义为服从高斯分布的随机变量,基于多约束随机模型进行轨迹规划。Su 等<sup>[20]</sup>提出一种基于参数容差的模糊推理方法,提升机器人轨迹精度。从方法的适应性看,概率及模糊方法本质上均基于概率(前者采用客观概率,后者采用主观概率),无法回避高度依赖大量原始数据的局限性。针对上述问题,本文引入非概率可靠性理论评估路径状态,设计涵盖时间与能量风险指标的代价函数,进行移动机器人最优平滑轨迹规划及五段式 S 型加减速运动控制,以实现机器人几何与运动的统一规划及时间-能量非概率可靠性最优。

## 1 不确定路径的表征

### 1.1 轨迹节点的区段属性及其抽象化表达

传统的轨迹规划方法往往将具有一定面积或长度的实际轨迹节点,以其几何中心点为代表进行抽象简化。然而,诸多不确定性扰动导致这种简化模型面临双重局限:1) 轨迹历经的确切节点因扰动而难以精确预测;2) 具有一定尺度的节点之间由长度不一的路径区段连接。加上机器人常因运动需求将轨迹进行分段描述与处理,故运用具有区段长度性质的区间点来表达节点位置更符合实际。即机器人的运动可认为是从一个区段性节点通过弧移动到另一个区段性节点,最终到达目标点的过程(图 1)。

图 1 中  $Q_i$ 、 $Q_j$ 、 $Q_k$  分别为具有区间性质的轨迹节点,各节点沿轨迹的区间边界位置分别由其符号添加一撇和两撇表示(如  $Q'_i$ 、 $Q''_i$ 、 $Q'_j$ 、 $Q''_j$ 、 $Q'_k$ 、 $Q''_k$ )。

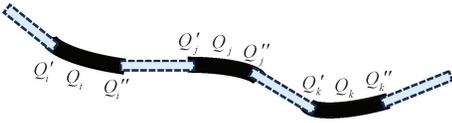


图 1 节点的区间性

Fig. 1 The interval features of nodes

### 1.2 边及路径权值的区间性

为刻画移动机器人路网系统中的不确定性,可将其抽象为一个边权为区间数的赋权图  $G = \{Q, a\}$ 。其中,  $Q$  代表路网节点的集合 ( $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\}$ ),  $a$  代表连接节点的有向弧段集合 ( $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ )。考虑受机器人实际运动中动力输出差异、导航偏差、运动控制误差、外界干扰力/力矩等因素影响,边与路径的长度或时间具有显著不确定性,故使用区间数来表示网络的边权与路径权。具体地,路网  $G$  中的每条弧段  $a_i$  均被赋予一个区间数数值  $N_{a_i}$ ,用以表示连接该弧起终点的区间阻抗 ( $N_{a_i} \in N_{a_i}^l = [N_{a_i}^l, N_{a_i}^u], 0 < N_{a_i}^l \leq N_{a_i}^u, N_{a_i}^l, N_{a_i}^u$  分别为其权值区间  $N_{a_i}^l$  的下界和上界)。对于路网中连接任意两节点  $Q_j$  与  $Q_k$  的路径集合  $P$ ,其中任意一条路径  $P_d \in P$  的权值  $N_{P_d}$  定义为构成该路径的所有弧段权值之和。区间数的弧段权值求和,遵循区间数的加法运算规则。

## 2 非概率可靠性路径

### 2.1 任务时间非概率可靠性指标

可靠性的经典定义,是指产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的能力。基于此经典概念,并针对机器人在任务时间维度上的不确定性,将其定义为:机器人在时间限定范围内完成规定任务(比如从起点移动至目标点)的可能性。

考虑路网赋权图  $G = \{Q, a\}$  中连接节点  $Q_j$  与  $Q_k$  的非空路径集合  $P$ 。对任意路径  $P_d \in P$ , 设其耗时为  $t = [t_{P_d}^l, t_{P_d}^u]$ , 任务要求的最长时间限制为  $T = [T^l, T^u]$ 。依时间失效准则,定义经由路径  $P_d$  运动不超出时间限制的功能函数  $M$  为:

$$M = M(P_d, T) = [T^l, T^u] - [t_{P_d}^l, t_{P_d}^u] = [T^l - t_{P_d}^u, T^u - t_{P_d}^l] \quad (1)$$

根据时间失效准则,满足  $t = T$  (即  $M = 0$ ) 的条件构成任务时间的失效边界。若实际耗时  $t > T$  (即  $M < 0$ ), 则系统处于失效状态;若  $t < T$  (即  $M > 0$ ), 则系统处于有效状态。

考虑区间变量  $M = [M^c - M^r, M^c + M^r]$ , 其中  $M^c$  与  $M^r$  分别为其中心与半径。依据非概率可靠度  $\eta$  的广义区

间模型定义<sup>[21]</sup>, 有:

$$\eta = M^c / M^r \quad (2)$$

式中:  $M^c = [(T^u + T^l) - (t_{P_d}^u + t_{P_d}^l)] / 2$ ;  $M^r = [(T^u - T^l) + (t_{P_d}^u - t_{P_d}^l)] / 2$ 。

当  $\eta > 1$ , 相应地  $M > 0$ , 表示任务时间充裕, 系统完全有效。当  $\eta < -1$  时, 相应地  $M < 0$ , 则任务时间完全不足, 系统一定失效。而当  $-1 \leq \eta \leq 1$  时, 有  $M > 0$  和  $M < 0$  两种可能, 此时任务时间不一定可靠, 但  $N(\eta)$  值越大, 表明时间充裕的可能性越高。

当最长允许时间限制  $T$  为常数  $T_0$  (即  $T^l = T^u = T_0$ ) 时, 结合式(1) 和(2), 经由路径  $P_d$  对应的非概率可靠度  $\eta$  可简化为:

$$\eta = \eta(P_d, T_0) = \frac{T_0 - t_{P_d}^c}{t_{P_d}^r} = \frac{2T_0 - (t_{P_d}^u + t_{P_d}^l)}{t_{P_d}^u - t_{P_d}^l} \quad (3)$$

式中:  $t_{P_d}^c, t_{P_d}^r$  分别为路径  $P_d$  耗时  $t = [t_{P_d}^l, t_{P_d}^u]$  的中心值及半径。

### 2.2 最优可靠度路径及其权值

最优可靠度路径问题是:在路网  $G$  中, 寻找一条从起点到终点的路径  $P_R$ , 使其在给定的最长允许时间限制区间  $T$  内, 由历经的每段边(弧)  $a$  的耗时  $[t_a^l, t_a^u]$  计算得到的任务时间非概率可靠度  $\eta$  达到最大值  $\eta^*$ 。具体为:

$$\eta^* = \eta(P_R, T) = \max_{P_R \in P} \frac{T^c - \sum_{a \in P_d} t_a^c}{T^r + \sum_{a \in P_d} t_a^r} = \frac{2T_0 - \sum_{a \in P_d} (t_a^u + t_a^l)}{\sum_{a \in P_d} (t_a^u - t_a^l)} = \frac{T_0 - \sum_{a \in P_R} t_a^c}{\sum_{a \in P_R} t_a^r} = \frac{T_0 - t_{P_R}^c}{t_{P_R}^r} = \frac{2T_0 - (t_{P_R}^u + t_{P_R}^l)}{t_{P_R}^u - t_{P_R}^l} \quad (4)$$

$\eta$  的大小由路径耗时与最长允许时间限制区间共同决定。为高效地寻找最优可靠度路径, 引入一个自变量为  $\eta$  的函数  $N(\eta)$ , 作为评估路网中任意路径的时间可靠性参量。即定义  $N(\eta)$  为路径时间风险量化指标, 并以它作为路径的新权值用于路径寻优。

考虑一条路径或路段的耗时区间  $t = [t_{P_d}^l, t_{P_d}^u]$ 。其下界  $t_{P_d}^l$  可理解为无延误的理想阻抗, 上界  $t_{P_d}^u$  则对应最大延误下的阻抗。基于此, 机器人的运动策略是: 当时间预算充裕时, 允许实际耗时趋近于上界  $t_{P_d}^u$ ; 若实际耗时更短, 运动还将更可靠。反之, 当时间预算紧张时, 每个环节必须紧凑, 实际耗时应尽可能趋近下界  $t_{P_d}^l$ 。为量化这一策略下的时间风险, 将  $N(\eta)$  设计为:

$$N(\eta) = \begin{cases} t_{p_d}^u, & \eta > 1 \\ t_{p_d}^c, & -1 \leq \eta \leq 1 \\ t_{p_d}^l, & \eta < -1 \end{cases} \quad (5)$$

时间风险指标  $N(\eta)$  的核心作用,是将路径  $P_d$  上各段弧的阻抗由区间数转变为实数值,以实现路径间的风险比较与寻优。该值越小,经由该路径运动的时间延误风险就越小。同时可以将  $P_d(\eta)$  视为两节点之间的非概率可靠度路径。因此,能实现  $N(\eta)$  最小(即  $N(\eta) = N(\eta^*)$ ) 的路径  $P_R(\eta)$  即为具有最大的时间非概率可靠度下的路径(简称最大可靠度路径)。

利用最短路算法可以求得  $\eta$  取值下网络中任意两节点间的最大可靠度路径  $P_R(\eta)$  及其路径权值  $N(\eta)$ 。据此,定义路网中各节点之间的最大可靠度路径矩阵  $P_{P_R}$  及其对应的路径权值矩阵  $N_{P_R}$  为:

$$P_{P_R} = \begin{bmatrix} 0 & P_R(\eta_{Q_1, Q_2}) & P_R(\eta_{Q_1, Q_3}) & \cdots & P_R(\eta_{Q_1, Q_m}) \\ P_R(\eta_{Q_2, Q_1}) & 0 & P_R(\eta_{Q_2, Q_3}) & \cdots & P_R(\eta_{Q_2, Q_m}) \\ P_R(\eta_{Q_3, Q_1}) & P_R(\eta_{Q_3, Q_2}) & 0 & \cdots & P_R(\eta_{Q_3, Q_m}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_R(\eta_{Q_m, Q_1}) & P_R(\eta_{Q_m, Q_2}) & P_R(\eta_{Q_m, Q_3}) & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$N_{P_R} = \begin{bmatrix} 0 & N_{P_R}(\eta_{Q_1, Q_2}) & N_{P_R}(\eta_{Q_1, Q_3}) & \cdots & N_{P_R}(\eta_{Q_1, Q_m}) \\ N_{P_R}(\eta_{Q_2, Q_1}) & 0 & N_{P_R}(\eta_{Q_2, Q_3}) & \cdots & N_{P_R}(\eta_{Q_2, Q_m}) \\ N_{P_R}(\eta_{Q_3, Q_1}) & N_{P_R}(\eta_{Q_3, Q_2}) & 0 & \cdots & N_{P_R}(\eta_{Q_3, Q_m}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{P_R}(\eta_{Q_m, Q_1}) & N_{P_R}(\eta_{Q_m, Q_2}) & N_{P_R}(\eta_{Q_m, Q_3}) & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

尽管上述讨论的是时间情形,但该方法也适用于其他指标为阻抗的情形,相应情形下的风险指标、最大可靠度路径矩阵及路径权值矩阵可类似求得。

例如能量  $W$  情形下,其对应的能量风险指标  $N(W)$ 、路网各节点之间的最大可靠度路径矩阵  $P_R(N(W))$  及路径权值矩阵  $N(W)_{P_R}$  为:

$$N(W) = \begin{cases} W_{p_d}^u, & \eta_w > 1 \\ W_{p_d}^c, & -1 \leq \eta_w \leq 1 \\ W_{p_d}^l, & \eta_w < -1 \end{cases} \quad (8)$$

$$P_R(N(W)) = \begin{bmatrix} 0 & P_{R_{Q_1, Q_2}}(N(W)) & P_{R_{Q_1, Q_3}}(N(W)) & \cdots & P_{R_{Q_1, Q_m}}(N(W)) \\ P_{R_{Q_2, Q_1}}(N(W)) & 0 & P_{R_{Q_2, Q_3}}(N(W)) & \cdots & P_{R_{Q_2, Q_m}}(N(W)) \\ P_{R_{Q_3, Q_1}}(N(W)) & P_{R_{Q_3, Q_2}}(N(W)) & 0 & \cdots & P_{R_{Q_3, Q_m}}(N(W)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{R_{Q_m, Q_1}}(N(W)) & P_{R_{Q_m, Q_2}}(N(W)) & P_{R_{Q_m, Q_3}}(N(W)) & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$N(W)_{P_R} = \begin{bmatrix} 0 & N(W)_{P_{R_{Q_1, Q_2}}} & N(W)_{P_{R_{Q_1, Q_3}}} & \cdots & N(W)_{P_{R_{Q_1, Q_m}}} \\ N(W)_{P_{R_{Q_2, Q_1}}} & 0 & N(W)_{P_{R_{Q_2, Q_3}}} & \cdots & N(W)_{P_{R_{Q_2, Q_m}}} \\ N(W)_{P_{R_{Q_3, Q_1}}} & N(W)_{P_{R_{Q_3, Q_2}}} & 0 & \cdots & N(W)_{P_{R_{Q_3, Q_m}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N(W)_{P_{R_{Q_m, Q_1}}} & N(W)_{P_{R_{Q_m, Q_2}}} & N(W)_{P_{R_{Q_m, Q_3}}} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

无论采用何种阻抗指标,最大可靠度路径都是在路网中从起点至目标点之间搜索一条遭受阻抗非概率可靠度最大的路径。即当完全可靠时,搜索阻抗区间上界值最小的路径;而完全不可靠时,搜索阻抗区间下界值最小的路径;不完全可靠时,搜索阻抗区间均值最小的路径。

### 3 基于任务时间-能量风险的初始路径规划

本文基于环境中障碍物为多边形或多面体的假设,采用 Delaunay 三角剖分法构建环境地图。为降低机器人能耗与动态负载突变,实现平滑运动,可将路径曲率峰

值及其变化率作为关键考量因素<sup>[22]</sup>。故构造以曲率变化率平方和为表征的能量函数  $W$ , 并将其能量风险指标  $N(W)$  与时间风险指标  $N(\eta)$  共同构成路径总代价  $F$ 。同时在路径规划模型中, 将路径曲率峰值、曲率变化率限制及安全距离纳入约束条件, 旨在求解一条使任务时间与能量风险最小的无碰撞路径。

### 3.1 基于 Delaunay 剖分的无碰撞模型构建及路径选择

Delaunay 剖分是一种精确的单元分解法, 在几何上与 Voronoi 图构成对偶关系。其数学定义严谨、理论基础完备, 具备优异的数学特征与几何特性, 已被数学界公认, 并广泛应用于三维重建及地理信息系统。

Delaunay 剖分前, 需先确定任务空间中障碍物的边及顶点坐标。所有障碍物的所有顶点均将被选作剖分的角点, 此外可适当在障碍物的外部给定或者随机生成一些点, 补充剖分角点。设障碍物在二维地面的投影均为封闭的多边形,  $V_i (i = 1, 2, \dots, k)$  为多边形的顶点, 将任意点  $Q$  与  $V_i (i = 1, 2, \dots, k)$  分别连线,  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, k - 1)$  为连线  $QV_i$  向连线  $QV_{i+1}$  旋转而转过的角度(逆时针为正, 反之为负),  $\alpha_k$  为连线  $QV_k$  转回到初始连线  $QV_1$  的角度。根据转角法判断点  $Q$  在障碍物外部的具体要求是:

$$\sum_{i=1}^k \alpha_i = 0 \quad (11)$$

式(11)表示由  $QV_1$  出发, 依次向其它连线  $QV_2, QV_3, \dots, QV_k$  旋转, 最后由  $QV_k$  转回到  $QV_1$ , 若所有转角之和相消为 0, 则点  $Q$  位于障碍物的外部。

设环境中共有  $\psi$  个障碍物,  $barrier_\xi$  为第  $\xi$  个障碍物 ( $\xi = 1, 2, \dots, \psi$ ), 三角组网中共有  $\varphi$  个三角形,  $triangle_s$  为第  $s$  个三角形 ( $s = 1, 2, \dots, \varphi$ ), 则其整体或部分处于障碍物  $barrier_\xi$  内部的判断标准为:

$$S(triangle_s \cap barrier_\xi) > 0 \quad (12)$$

式中:  $S(triangle_s \cap barrier_\xi) > 0$  为三角形  $triangle_s$  与障碍物  $barrier_\xi$  交集的面积。

基于上述规则进行 Delaunay 三角剖分构建的地图环境示例见图 2。图 2 中白底三角形所在区域为自由空间, 填充多边形为障碍物。圆圈及五角星分别是路径起始点与终点(目标点)的标记。地图中三角组网自由边的中点为后续搜索的可选路径点, 可选路径的边集合  $A$  则定义为相邻三角形两自由边的中点连线、以及起始点与邻近自由边中点连线的集合。这有利于路径远离障碍物顶点及边界, 更好地保障路径无碰撞。

### 3.2 构造能量函数及能量风险指标

对于一条连续无限密集曲线路径, 以曲率变化率的平方和构造的能量函数, 即:

$$W = \int_0^L \kappa'(l)^2 dl \quad (13)$$

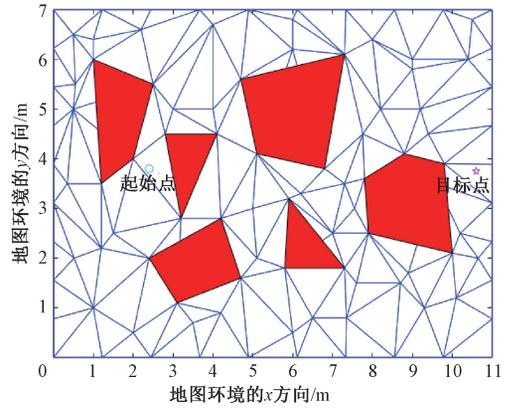


图 2 基于 Delaunay 三角剖分的机器人环境建模  
Fig. 2 Robot environment modeling based on Delaunay triangulation

式中:  $l$  是起点至路径上一点的曲线弧长;  $L$  是路径总长;  $\kappa(l)$ 、 $\kappa'(l)$  分别是路径曲率及其导数。

实际场景下一般路径的能量函数难以用解析式表示出来。通常可对路径进行离散, 设  $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$  为离散点序列, 则路径的能量函数可描述为:

$$W = \sum_{i=1}^{m-1} \left( \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{\Delta l_i} \right)^2 \Delta l_i = \sum_{i=1}^{m-1} \left( \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{|Q_{i+1} - Q_i|} \right)^2 |Q_{i+1} - Q_i| \quad (14)$$

式中:  $\kappa_i$  是离散点  $Q_i$  点的曲率;  $\Delta l_i$  是相邻离散点之间的距离, 即  $\Delta l_i = |Q_{i+1} - Q_i|$ 。

根据文献[23],  $Q_i$  处的离散曲率  $\kappa_i$  可定义为:

$$\kappa_i = \frac{2S_{\Delta Q_{i-1}Q_iQ_{i+1}}}{|Q_{i+1} - Q_i| |Q_i - Q_{i-1}| |Q_{i+1} - Q_{i-1}|} \quad (15)$$

式中:  $Q_{i-1}, Q_i, Q_{i+1}$  表示路径轨迹中的 3 个相邻的节点;  $S_{\Delta Q_{i-1}Q_iQ_{i+1}}$  表示带符号的三角形  $\Delta Q_{i-1}Q_iQ_{i+1}$  的面积, 当  $Q_{i-1}, Q_i, Q_{i+1}$  逆时针运行时被定义为正, 反之为负。由于各节点具有区段性, 故各节点的离散曲率及路径的能量均为区间数。

### 3.3 构建代价函数

代价是对路径能量风险及时间风险指标加权求和, 以实现路径的任务时间-能量非概率可靠性最优, 即:

$$F(X) = \sum_{i=1}^{m-1} \lambda_w N(W_{Q_i, Q_{i+1}}) + \sum_{i=1}^{m-1} \lambda_T N(\eta_{Q_i, Q_{i+1}}) \quad (16)$$

式中:  $\lambda_w$  和  $\lambda_T$  分别表示节点间最大可靠度路径对应的能量风险指标与时间风险指标的权重系数;  $X$  表示待评估的完整路径;  $m$  表示从起点  $Q_1$  到目标点  $Q_m$  的节点数;  $N(W_{Q_i, Q_{i+1}})$ 、 $N(\eta_{Q_i, Q_{i+1}})$  分别表示历经相邻节点路径的能量风险及时间风险指标值。



$\tau_2, \tau_3, \tau_4, \tau_5$  分别是五段分运动所花费的时长,  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  分别为五段分运动结束时刻。

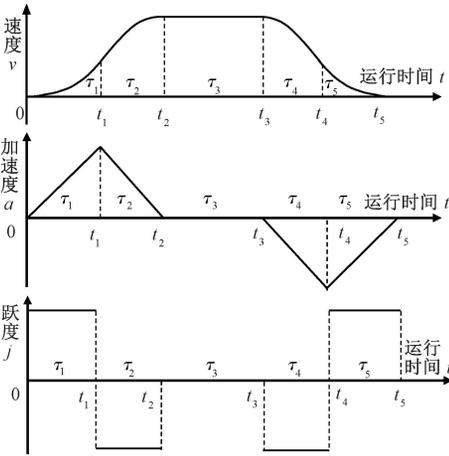


图 3 轨迹切向速度、加速度和跃度分布曲线

Fig. 3 Tangential velocity, acceleration and jerk of trajectory

本文拟通过对比文献 [23] 采用二次 B 样条路径规划联合“Bang-Bang-Singular”加速度策略运动控制方法, 以及文献 [24] 使用可视性图最短路径 (visibility graph shortest path, VGSP) 算法所确定的最优规划方案, 验证本文方法的有效性。选取文献 [23-24] 中的环境、障碍物、起始点、目标点数据, 设置运动学约束  $J_{lim} = 1\ 500\ \text{m/s}^3$ 、 $a_{lim} = 200\ \text{m/s}^2$ 、 $v_{lim} = 20\ \text{m/s}$ 、 $\kappa_{lim} = 3/\text{m}$ 、 $\Delta\kappa_{lim} = 3/\text{m}$ 、安全距离  $D_{safe} = 0.1\ \text{m}$ 。考虑到机器人受动力输出差异、导航偏差、运动控制误差、外界干扰力/力矩等不确定影响, 假定实际历经的节点具有区段性, 每个节点的实际位置相对预先规划的最大偏离量为  $0.05\ \text{m}$ 。机器人从起点至目标点的允许最长路径长度区间为  $[13\ \text{m}, 14\ \text{m}]$ 、允许最大消耗的能量函数值区间为  $[15\ \text{m}^{-3}, 16\ \text{m}^{-3}]$ 。

### 5.1 路径规划及 NURBS 拟合

首先以  $\lambda_T = 1, \lambda_W = 0$  为例。本文方法所得初始折线路径及其再优化过程如图 4 所示。图 4(a) 中的初始路径历经 24 点 (含起始点及目标点), 总长度为  $[11.746\ 6\ \text{m}, 12.457\ 2\ \text{m}]$ , 时间风险指标  $N(\eta) = 12.457\ 2$ , 能量函数值为  $[16.028\ 9\ \text{m}^{-3}, 16.338\ 3\ \text{m}^{-3}]$ , 能量风险指标为  $N(W) = 16.028\ 9$ ; 图 4(b) 删除锐角的顶点 (从起始点数, 路径上的第 3、7、9、22 点), 所得的路径历经 20 点, 总长度为  $[10.056\ 9\ \text{m}, 10.634\ 3\ \text{m}]$ , 时间风险指标  $N(\eta) = 10.634\ 3$ , 能量函数值为  $[8.415\ 5\ \text{m}^{-3}, 8.678\ 8\ \text{m}^{-3}]$ , 能量风险指标为  $N(W) = 8.678\ 8$ ; 图 4(c) 在删除锐角顶点的路径基础上, 再去掉新路径的第 6、7、9、10、12、13、14、15、16、18、19 点, 获得初次替换后的路径历经 9 点, 总长度为  $[9.425\ 4\ \text{m}, 9.662\ 4\ \text{m}]$ , 时间风险指标  $N(\eta) = 9.662\ 4$ , 能量函数值为  $[1.626\ 4\ \text{m}^{-3},$

$1.740\ 7\ \text{m}^{-3}]$ , 能量风险指标为  $N(W) = 1.740\ 7$ ; 图 4(d) 再去除路径上的冗余点 (第 4 点), 路径历经 8 点, 总长度为  $[9.425\ 4\ \text{m}, 9.657\ 6\ \text{m}]$ , 时间风险指标  $N(\eta) = 9.657\ 6$ , 能量函数值为  $[1.096\ 3\ \text{m}^{-3}, 1.187\ 5\ \text{m}^{-3}]$ , 能量风险指标为  $N(W) = 1.187\ 5$ 。

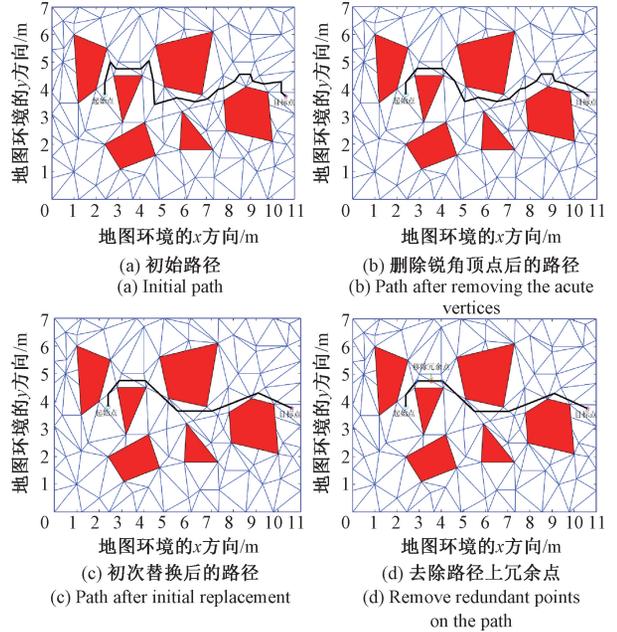


图 4 初始路径及其再优化

Fig. 4 Initial path and its re-optimization

对比可知, 再优化后的折线路径有效剔除了锐角顶点、冗余点和折线, 大幅降低了规划路径的时间风险与能量风险。

进一步改变  $\lambda_T$  与  $\lambda_W$  的取值, 可进行不同权值情形下的路径规划, 图 5 给出了  $\lambda_T = 1$  以及  $\lambda_W = 1$  情形下初始折线路径的最优解, 分别见图 5 中的实线 (简称路径 1) 及点划线 (简称路径 2)。

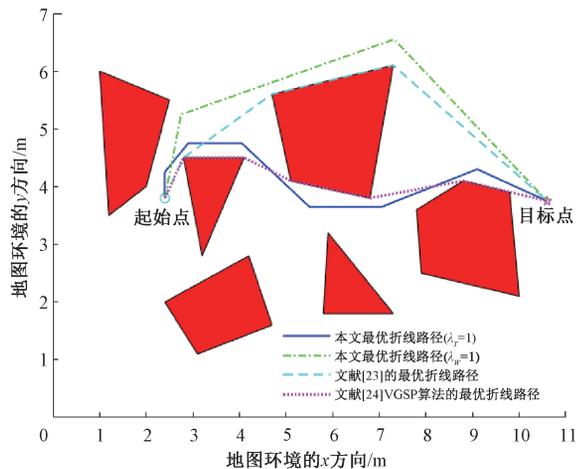


图 5 本文最优折线路径与文献 [23-24] 方案对比  
Fig. 5 Compares the polyline path in this paper with references [23-24]

由图5可以看出,当绝对看重时间风险最优时,取 $\lambda_r = 1$ ,本文搜索得到最优折线路径1,总长[9.4254 m, 9.6576 m]。对比文献[23]方法的时间最优路径方案(图5中虚线,路径历经5点,总长[9.7006 m, 9.8543 m]),本文路径时间风险指标减小了1.907%;但对比文献[24]VGSP算法的折线路径(图5中点线,路径历经7点,总长度为[8.7656 m, 8.9856 m]),路径时间风险指标有所增长。究其原因在于文献[24]将路径简化为宽度为0的线路径,这种路径紧贴障碍物的边或顶点,显然无法保证机器人运动过程中与障碍物的安全距离(文献[23]亦如此)。再仔细对比本文路径1与文献[24]路径,两者在走势上基本一致,本文路径1更长的原因在于考虑了路径的宽度,实现了安全距离不小于0.1 m的要求,有效地保证了机器人通行的安全性。从安全角度反观文献[23-24]的最优路径,并不可行。

当绝对看重曲线能量风险最优时,取 $\lambda_w = 1$ ,本文搜索得到最优折线路径2,历经4点,总长[10.5548 m, 10.6485 m],时间风险指标 $N(\eta) = 10.6485$ ,能量函数值为[0.0166 m<sup>-3</sup>, 0.0608 m<sup>-3</sup>],能量风险指标为 $N(W) = 0.0608$ ,其路径上的点与障碍物的最小距离为0.1973 m。能量风险指标相对文献[23]的0.1023及文献[24]的0.4492,分别降低了40.57%与86.46%。可见本文方法在保障机器人通行安全时,还有效地实现了能量风险最低。

采用本文方法,对折线路径1、2进行三次NURBS拟合,结果见图6。可以看出,本文路径平滑性好、转折点少、转折次数少、转折角度小。图6中本文最优NURBS路径2(点划线),路径长达[11.3258 m, 11.4074 m],时间风险指标 $N(\eta) = 11.4074$ ,这主要在于该路径上仅4个型值点,型值点数量过少。

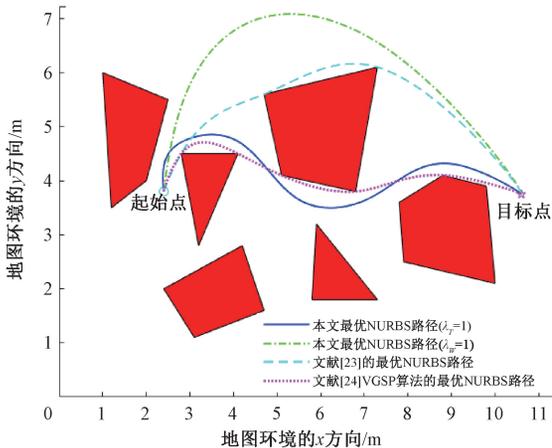


图6 最优NURBS路径对比

Fig. 6 Comparison of the optimal NURBS paths

本文尝试添加其折线路径第2条折线上的0.25与0.85两个比例分位点作为型值点再重新拟合,得到新的

NURBS路径,见图7中的点划线,其路长缩至[10.8036 m, 10.9231 m],时间风险指标 $N(\eta) = 10.9231$ 。可以看出,在降低时间风险的同时,仍保留了很好的曲率特性并保证了足够的安全距离。

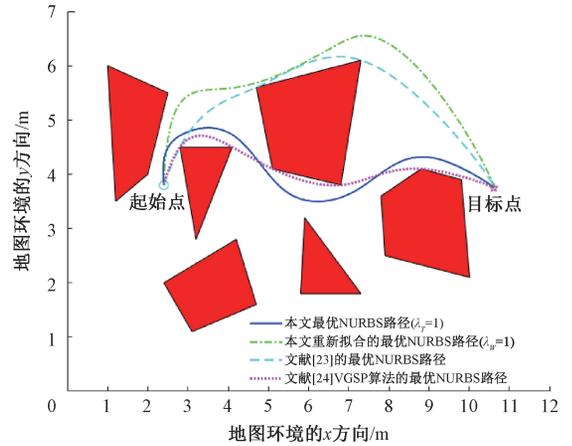


图7 新拟合路径2后的对比

Fig. 7 Comparison after newly fitting path 2

## 5.2 轨迹运动规划

以三次NURBS路径1(路径总长 $s_{Total} = [9.5956 \text{ m}, 9.7652 \text{ m}]$ )为例,采用五段S型加减速运动控制方法,机器人静态从起始点出发,依次历经5个速度段,最后静止到达目标点。根据图3的运动控制策略,轨迹切向速度、加速度和跃度曲线具有对称性,推导机器人5个速度段依次走过的轨迹长度 $s_1 \sim s_5$ 分别为:

$$s_1 = s_5 = \frac{1}{6} J_{lim} \left[ \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \right]^3 \quad (21)$$

$$s_2 = s_4 = \frac{5}{6} J_{lim} \left[ \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \right]^3 \quad (22)$$

$$s_3 = s_{Total} - 2J_{lim} \left[ \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \right]^3 \quad (23)$$

5个速度段依次所花的时间 $\tau_1 \sim \tau_5$ 分别为:

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_4 = \tau_5 = \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \quad (24)$$

$$\tau_3 = \frac{s}{J_{lim} \left[ \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \right]^2}$$

$$2 \min \left( \sqrt{\frac{v_{lim}}{J_{lim}}}, \frac{a_{lim}}{J_{lim}}, \sqrt[3]{\frac{s_{Total}}{2J_{lim}}} \right) \quad (25)$$

考虑到路径总长取值的区间性,以及第3段为匀速段,为方便轨迹运动控制,将其中第1、2、4、5段的长度以常值分配,剩下的区间长度分配给第3段。故5个速度段对应长度分别为:0.3849 m、1.9245 m、[4.9768 m, 5.1464 m]、1.9245 m、

0.384 9 m; 分别耗时 0.115 5 s、0.115 5 s、[0.248 8 s, 0.257 3 s]、0.115 5 s、0.115 5 s; 总耗时[0.710 7 s, 0.719 2 s]。图 8 中粗实线轨迹上的菱形为按运动规律的分段点。

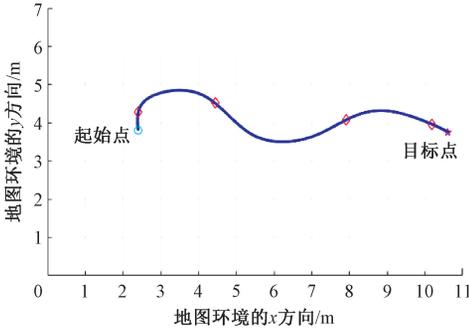


图 8 轨迹按运动规律差异的分段情况  
Fig. 8 Segmentation of trajectory according to the differences in motion laws

图 9 为轨迹方向的跃度随时间变化图。可以看出整条轨迹线的跃度满足“Bang-Bang-Singular”控制策略,在加加速段、减加速段、加减速段和减减速段这 4 段范围内,跃度始终保持于峰(谷)值( $J = 1\ 500\ \text{m/s}^3$ ),而在中间的匀速段时取值为 0。跃度在峰(谷)值上的长时间保持饱和,有利于控制的快速响应以及达到能量的最优。

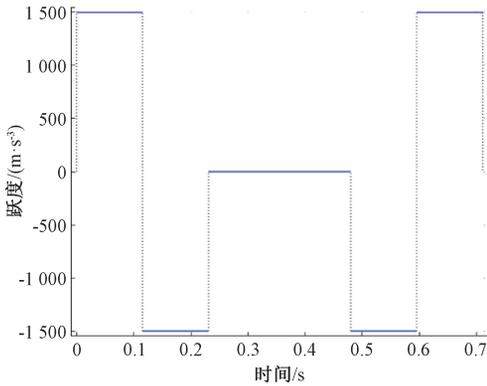


图 9 轨迹跃度  
Fig. 9 The jerk of trajectory

图 10 给出了本文运动过程中机器人的位置矢量及方向,可以看出其平顺光滑。

图 11 为不同时刻的  $x$ 、 $y$  及轨迹方向的位移图,显然各方向的位移曲线光滑平顺。

图 12、13 分别给出了本文规划下的  $x$ 、 $y$  与轨迹方向的速度及加速度,其起始点及目标点各方向的速度及加速度均为 0,符合轨迹始末端的边界条件。整条轨迹上各个方向的速度均光滑平顺,加速度连续。

对比文献[23]轨迹的速度不光顺、加速度不连续(图 14),本文方法在实现运动平稳上优势明显,规划的路径空间形位与轨迹运动学信息及其与文献[23-24]方案的对比,验证了轨迹的平稳、安全与高效性。

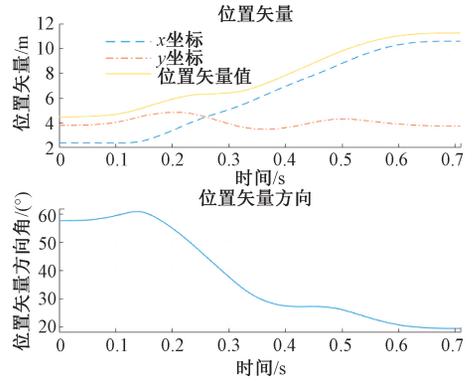


图 10 运动过程中的位置矢量及其方向

Fig. 10 Position vector and direction during the motion process

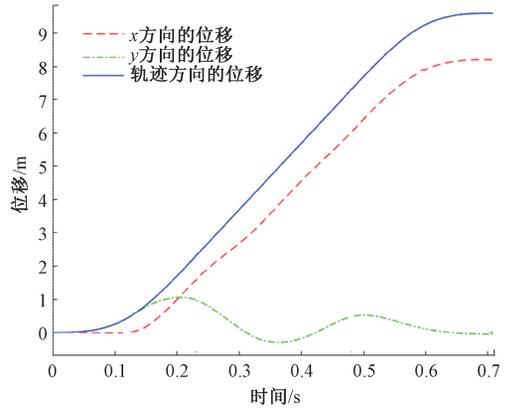


图 11  $x$ 、 $y$  及轨迹方向的位移

Fig. 11 Displacements in the  $x$ ,  $y$  and trajectory directions

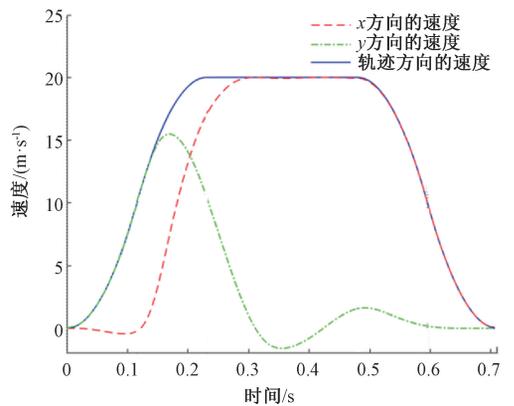


图 12  $x$ 、 $y$  与轨迹方向的速度

Fig. 12 The velocities of  $x$ ,  $y$  and the trajectory direction

## 6 真实环境下的路径规划

接下来验证算法在真实环境下的有效性,于实验中心进行实验,机器人型号为 Hdrobot1.0,主控采用英伟达 Orin Nano(图 15)。

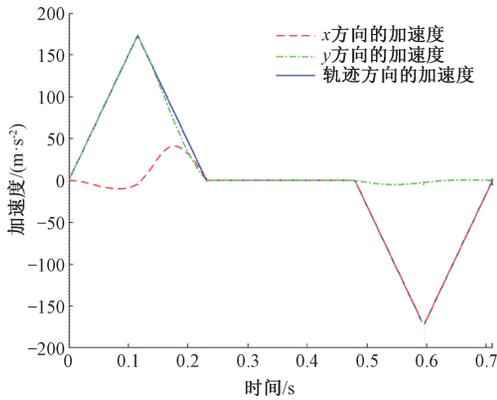


图 13 加速度随时间变化

Fig. 13 The variation of acceleration

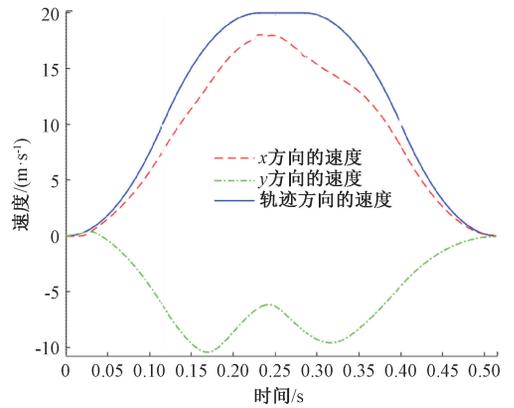
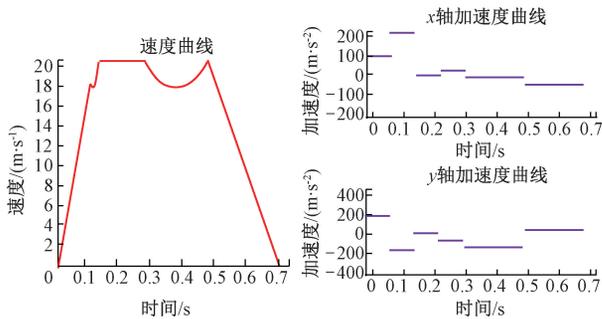
图 16  $x$ 、 $y$ 与轨迹方向的速度Fig. 16 The velocities of  $x$ ,  $y$  and the trajectory direction

图 14 文献[23]的轨迹速度及加速度规划

Fig. 14 Trajectory velocity and acceleration in reference [23]

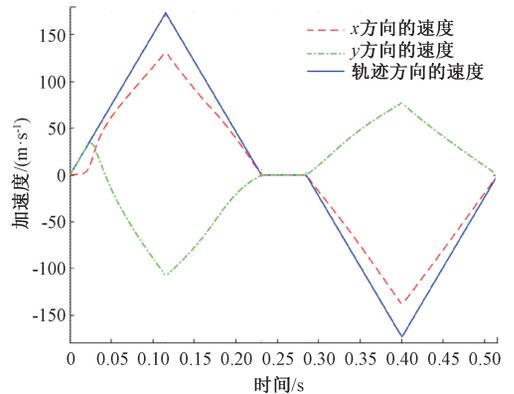
图 17  $x$ 、 $y$ 与轨迹方向的加速度Fig. 17 The acceleration of  $x$ ,  $y$  and the trajectory direction

图 15 轨迹规划场景

Fig. 15 Trajectory Planning Scenario

图中的货架、桌子等为障碍物,地面白色线条为规划的三次 NURBS 无碰撞最优平滑路径,带白色边框、上方覆盖黑色圆形标志的机器人从当前位置出发,以地面上的浅色方块为目标。历经 6 点,总长[5.696 4 m, 5.827 2 m],时间风险指标  $N(\eta) = 5.827 2$ ,能量函数值为  $[0.044 6 \text{ m}^{-3}, 0.055 3 \text{ m}^{-3}]$ ,能量风险指标为  $N(W) = 0.055 3$ 。运动速度、加速度分别如图 16、17 所示。

实验结果显示了机器人有效按照既定轨迹实现了绕行避障,整条轨迹上各个方向的速度均光滑平顺,加速度

连续。且由于轨迹规划模型中引入了轨迹曲率峰值与曲率变化率的约束条件,运动中采用了 5 段 S 型加减速运动控制方法,有力保障了机器人轨迹曲线光滑与任务时间-能量非概率可靠性最优,提升了其运动时系统的动力学及柔性性能。

## 7 结 论

1) 基于 Delaunay 三角剖分构建地图环境及可选路径,提出自由空间的判断准则,构建了融合 Delaunay 三角剖分的无碰撞模型;

2) 基于非概率可靠性理论对路径规划状态的可靠性评估,设计涵盖任务时间风险及能量风险指标的代价函数,提出了一种三次 NURBS 无碰撞最优平滑路径搜索方法,所得路径很好地满足了移动机器人对轨迹曲率峰值及曲率变化率限制的要求,对比二次 B 样条路径规划联合“Bang-Bang-Singular”加速度策略运动控制方法,路径时间风险指标减小了 1.907%,能量风险降低了 40.57%,对比 VGSP 算法,能量风险降低了 86.46%,且更好地保

障了机器人通行安全;

3) 提出了一种轨迹切向跃度满足“Bang-Bang-Singular”策略下的 5 段 S 型加减速运动控制方法,保证了机器人运动时系统的动力学及柔性性能;

4) 本文为强约束环境下的移动机器人任务时间-能量非概率可靠性最优轨迹规划提供了一种可行思路,对工程实践具有参考价值。未来研究将进一步探索方法在动态障碍环境与多机协同作业中的适应性。

## 参考文献

- [ 1 ] ABRO G E M, MAHMOUD E. A hybrid PSO-ACO algorithm for precise localization and geometric error reduction in industrial robots[J]. *Instrumentation*, 2025, 12 ( 1 ) : 70-76.
- [ 2 ] FENG N, FAN F, XU G L, et al. Deep reinforcement learning based AGV self-navigation obstacle avoidance method [J]. *Instrumentation*, 2022, 9(4) : 11-16.
- [ 3 ] BURGESS-LIMERICK B, HAVILAND J, LEHNERT C, et al. Reactive base control for on-the-move mobile manipulation in dynamic environments[J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2024, 9 ( 3 ) : 2048-2055.
- [ 4 ] KIM M G, JUNG M, HONG J G, et al. MPPI-IPDDP: A hybrid method of collision-free smooth trajectory generation for autonomous robots[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2025, 21(7) : 5037-5046.
- [ 5 ] FANG Y, GU CH CH, ZHAO Y D, et al. Smooth trajectory generation for industrial machines and robots based on high-order s-curve profiles [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2024, 201: 105747.
- [ 6 ] DHOUIB S. Innovative technique with enriched movement directions to plan the trajectory for an autonomous mobile robot[J]. *Science Progress*, 2025, 108(1) : 00368504251321714.
- [ 7 ] LI B, JI ZH C, ZHAO ZH J, et al. Model predictive optimization and terminal sliding mode motion control for mobile robot with obstacle avoidance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2025, 72 ( 9 ) : 9293-9303.
- [ 8 ] 王桂荣, 倪志强, 周坤, 等. 多策略改进粒子群算法的机械臂时间最优轨迹规划 [J]. *中国机械工程*, 2025, 36(5) : 1044-1053.
- WANG G R, NI ZH Q, ZHOU K, et al. Time-optimal trajectory planning of robotic arms based on MIPSO algorithm[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(5) : 1044-1053.
- [ 9 ] MAZEN A, FAIED M, KRISHNAN M. Optimal Kinodynamic trajectory planner for mobile robots in an unknown environment using Bezier contours [J]. *IEEE Access*, 2024, 12: 8655-8667.
- [ 10 ] ABDULAKAREEM M I, RAHEEM F A. Development of path planning algorithm using probabilistic roadmap based on ant colony optimization[J]. *Engineering and Technology Journal*, 2020, 38(3) : 343-351.
- [ 11 ] ZHAO SH Z, ZHENG T J, WANG CH ZH, et al. Sigmoid angle-arc curves: Enhancing robot time-optimal path parameterization for high-order smooth motion [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2025, 92: 102884.
- [ 12 ] 王伟, 徐泽铨. 基于多目标约束的机器人复杂轨迹优化方法 [J]. *农业机械学报*, 2023, 54 ( 11 ) : 431-439.
- WANG W, XU Z Q. Multi-objectives optimization-based method for complex trajectory planning of manipulators [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2023, 54 ( 11 ) : 431-439.
- [ 13 ] TESO-FZ-BETOÑO D, ARAMENDIA I, RAMOS-HERNANZ J A, et al. Optimization of energy efficiency with a predictive dynamic window approach for mobile robot navigation [J]. *Sustainability*, 2025, 17 ( 10 ) : 4526.
- [ 14 ] 王义娜, 郑依伦, 杨俊友, 等. 基于节能考虑的全向移动机器人鲁棒补偿轨迹跟踪控制 [J]. *控制与决策*, 2022, 37 ( 11 ) : 3065-3072.
- WANG Y N, ZHENG Y L, YANG J Y, et al. Robust compensation trajectory tracking control for omnidirectional mobile robot based on energy saving[J]. *Control and Decision*, 2022, 37 ( 11 ) : 3065-3072.
- [ 15 ] POTTER H, KERN J, GONZALEZ G, et al. Energetically optimal trajectory for a redundant planar robot by means of a nested loop algorithm[J]. *Elektronika Ir Elektrotehnika*, 2022, 28(2) : 4-17.
- [ 16 ] QIAN CH, YAO J J, ZHANG Y K. Time-jerk optimal robotic trajectory planning under jerk and continuity constraints via convex optimization[J]. *Actuators*, 2025, 14(6) : 272.
- [ 17 ] 孙剑萍, Jun Chen, 彭俊, 等. 工作空间分区的机器人

- 非概率可靠性标定方法研究 [J]. 仪器仪表学报, 2023, 44 (10):260-273.
- SUN J P, CHEN J, PENG J, et al. Research on the non-probabilistic reliability calibration method for robots in workspace partition[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2023, 44 (10): 260-273.
- [18] 温秀兰, 李国成, 宋爱国, 等. 自适应蒙特卡洛法用于机器人标定定位精度可靠性分析研究 [J]. 仪器仪表学报, 2025, 46 (8): 341-350.
- WEN X L, LI G CH, SONG AI G, et al. Analysis and study on the positioning accuracy reliability of calibrated robots based on adaptive Monte Carlo simulation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46 (8): 341-350.
- [19] 郭俊锋, 袁俊平, 朱红霞. 基于改进 RRT 算法的双臂服务机器人运动规划研究[J]. 仪器仪表学报, 2024, 45(12): 210-220.
- GUO J F, YUAN J P, ZHU H X. Research on motion planning of dual-arm service robot based on improved RRT algorithm[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2024, 45(12): 210-220.
- [20] SU CH X, LI B, ZHANG W, et al. An analysis and reliability-based optimization design method of trajectory accuracy for industrial robots considering parametric uncertainties[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2025, 254: 110626.
- [21] 汤兆平, 秦进, 孙剑萍. 基于非概率可靠性的铁路应急设施选址-路径鲁棒优化 [J]. 中国管理科学, 2022, 30 (9):206-216.
- TANG ZH P, QIN J, SUN J P. Robust optimization for railway emergency location-routing based on non-probabilistic reliability[J]. Chinese Journal of Management Science, 2022, 30 (9):206-216.
- [22] 朱振东, 姚强强, 石艺恒, 等. 基于改进 JPS 的智能车路径规划策略研究 [J]. 仪器仪表学报, 2025, 46 (6): 194-204.
- ZHU ZH D, YAO Q Q, SHI Y H, et al. Research on intelligent vehicle path planning strategy based on improved JPS[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2025, 46 (6): 194-204.
- [23] 金之熔, 申立勇. 基于二次 B 样条的时间最优轨迹规划 [J]. 系统科学与数学, 2018, 38(12):1364-1375.
- JIN ZH R, SHEN L Y. Time optimal trajectory planning based on quadratic B-spline [J]. Journal of Systems Science & Mathematics, 2018, 38(12):1364-1375.
- [24] GIANNELLI C, MUGNAINI D, SESTINI A. Path planning with obstacle avoidance by  $G^1$  PH quintic splines[J]. Computer-Aided Design, 2016, 75/76: 47-60.

## 作者简介



**孙剑萍**, 1992 年于长沙铁道学院(现中南大学)获得学士学位, 2006 年于华东交通大学获得硕士学位, 2016 年于中南大学获得博士学位, 现为华东交通大学教授, 主要研究方向为机器人技术及应用。

E-mail:928135125@qq.com

**Sun Jianping** received her B.Sc. degree from Changsha Railway University (now Central South University) in 1992, her M.Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and her Ph.D. degree from Central South University in 2016. She is currently a professor at East China Jiaotong University. Her main research interest includes robot technology and its applications.



**Jun Chen**, 2001 年于南京理工大学获得学士学位, 分别在 2004 年于同济大学及 2005 年于谢菲尔德大学获硕士学位, 2009 年于谢菲尔德大学获得博士学位, 现为英国玛丽女王大学准教授, 主要研究方向为自动控制与系统工程。

E-mail:jun.chen@qmul.ac.uk

**Jun Chen** received his B.Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 2001, his M.Sc. degree from Tongji University in 2004 and from the University of Sheffield, UK in 2005, respectively, and his Ph.D. degree from the University of Sheffield, UK in 2009. He is currently a reader in Intelligent Systems Engineering at QMUL. His main research interests include automatic control and systems engineering.



**周继强**, 1996 年于南方冶金学院(现江西理工大学)获得学士学位, 2009 年于南京航空航天大学获得硕士学位, 现为江西洪都航空工业股份有限公司总经理、研究员级高级工程师, 主要研究方向为固定翼飞机飞行控制、智能机器人。

E-mail:zjq3921@163.com

**Zhou Jiqiang** received his B.Sc. degree from Southern Metallurgical Institute (now Jiangxi University of Science and Technology) in 1996, and his M.Sc. degree from Nanjing

University of Aeronautics and Astronautics in 2009. He is currently the general manager and a professor of senior engineering at Jiangxi Hongdu Aviation Industry Co., Ltd. His main research interests include fixed-wing aircraft flight control and intelligent robotics.



**杨斌**, 2016 年于燕山大学获得学士学位, 2019 年于山东大学获得硕士学位, 2023 年于山东大学获得博士学位, 现为九江学院讲师, 主要研究方向为机器人动力学、振动控制等。

E-mail: yangbin6385@163.com

**Yang Bin** received his B. Sc. degree from Yanshan University in 2016, his M. Sc. and Ph. D. degrees both from Shandong University in 2019 and 2023, respectively. He is currently a lecturer at Jiujiang University. His main research interests

include robotics dynamics and vibration control.



**汤兆平** (通信作者), 1997 年于华中理工大学(现华中科技大学)获得学士学位, 2006 年于华东交通大学获得硕士学位, 2017 年于中南大学获得博士学位, 现为华东交通大学教授, 主要研究方向为数字化设计制造。

E-mail: tzp@ecjtu.edu.cn

**Tang Zhaoping** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Huazhong University of Science and Technology in 1997, his M. Sc. degree from East China Jiaotong University in 2006, and his Ph. D. degree from Central South University in 2017. He is currently a professor at East China Jiaotong University. His main research interests include digital design and manufacturing.